

1 Logique et raisonnements

1. Notion de propositions , opérations sur les propositions, connecteurs logiques.
2. Quantificateurs
3. Raisonnements : récurrence (dans le cas d'une récurrence forte, celle-ci sera indiqué) , contraposée, absurde.

2 Nombres réels

1. Intervalle, partie majorée, minorée. Notion de maximum, minimum. Borne supérieure, borne inférieure.
2. Rappels sur les puissances des nombres réels, racine carrée.
3. Partie entière
4. Valeur absolue
5. Résolution d'(in)équation de type polynomiales : degré 1 ou 2, factorisation (identité remarquables, factorisations simples ou grâce aux racines évidentes). Tableau de signe pour les inéquations.
6. Équations avec logarithmes et exponentielles. Utilisation des propriété algébriques ou d'un changement de variable.
7. Équations à paramètres.

3 Questions de cours et exercices types

Exercice 1. Soit $a \in \mathbb{R}_+$. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $(1 + a)^n \geq 1 + na$.

Exercice 2. Soit u la suite définie par récurrence par :

$$u_0 = 2, \quad u_1 = 3 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$$

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2^n + 1$.

Exercice 3. Résoudre une ou plusieurs des (in)équations suivantes :

$$1. \ln(2x + 1) - \ln(x - 3) \leq 0.$$

$$2. \frac{2x}{4x^2 - 1} \leq \frac{2x + 1}{4x^2 - 4x + 1}.$$

$$3. x^3 - 2x^2 - 9x + 18 \leq 0.$$

4.

$$5. \sqrt{x^2 - 3} = 5x - 9$$

$$6. |x - 1| = |x - 2| + |3 - 2x|.$$

$$7. x^2 - 2^n x - 2^{2n+1} \geq 0.$$

$$8. x + 1 > \sqrt{x^2 + 2x}$$