

Exercice 1 : Déterminer un équivalent simple en 0 des fonctions suivantes :

1. $a(x) = 5x^3 + 2x - 4$

3. $c(x) = \cos(\sin(x))$

2. $b(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

4. $d(x) = \ln(\cos(x))$

Exercice 2 : Déterminer un équivalent simple en $+\infty$ des fonctions suivantes :

1. $a(x) = 5x^3 + 2x - 4$

3. $c(x) = 2x - \sqrt{4x^2 - x + 1}$

2. $b(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

4. $d(x) = \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 - 1}\right)^x - 1.$

Exercice 3 : Déterminer un équivalent simple au voisinage de 1 de $f(x) = \sqrt{1 - e} + e^x - 1.$

Exercice 4 : Déterminer, si elles existent, les limites en 0 des fonctions suivantes :

1. $a(x) = x^x$

6. $f(x) = \frac{x + |x|}{x - |x|}$

10. $j(x) = \frac{\ln(\cos x)}{1 - \cos(2x)}$

2. $b(x) = x \sin \frac{1}{x}$

7. $g(x) = (\sin x) \left(\sin \frac{1}{x^2}\right)$

11. $k(x) = \ln x + \frac{1}{x^2}$

3. $c(x) = \frac{\tan(5x)}{\sin x}$

8. $h(x) = \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

12. $l(x) = (1 + \tan x)^{\frac{1}{\sin x}}$

4. $d(x) = \frac{x \ln x}{x^x - 1}$

9. $i(x) = \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{\ln(1 + \sin x)}$

13. $m(x) = \frac{\sin(x \ln x)}{x}.$

5. $e(x) = \frac{e^{\cos x - 1} - 1}{x^2}$

Exercice 5 : Déterminer, si elles existent, les limites en $+\infty$ des fonctions suivantes :

1. $a(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 2}{5x^3 + x^2}$

4. $d(x) = \sqrt[3]{\frac{x^4}{x-1}} - x$

7. $g(x) = (\cos x) \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)$

2. $b(x) = x \sin \frac{1}{x}$

5. $e(x) = \frac{e^{3x} + 2x + 7}{e^x + e^{-x}}$

8. $h(x) = \frac{x \sin x}{x + 3}.$

3. $c(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

6. $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$

9. $i(x) = (x^x)^x - x^{(x^x)}.$

Exercice 6 : Déterminer, si elles existent, les limites des fonctions suivantes au point indiqué :

1. $a(x) = \frac{e^x - e}{x - \sqrt{x}}$ en 1.

3. $c(x) = \frac{\cos(x) - \sin(x)}{4x - \pi}$ en $\frac{\pi}{4}.$

2. $b(x) = \frac{\ln(x-1)}{\sin(x-2)}$ en 2.

4. $d(x) = \tan(x) \tan(2x)$ en $\frac{\pi}{2}.$

Exercice 7 : Déterminer, si elles existent, les limites en 0^+ et 0^- des fonctions suivantes :

$$f(x) = x \left| 1 + \frac{1}{x} \right| \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}.$$