

 <b><math>\varphi</math> 3 : Dipôles et réseaux électriques</b>		Ondes et signaux
 <b>Plan</b>		 <b>Documents</b>
<b>I</b>	<b>L'électrocinétique : présentation</b> <span style="float: right;"><b>2</b></span> Approximation de l'électrocinétique • Intensité • Potentiel, tension	TD- $\varphi$ 03 TP- $\varphi$ 03 TP- $\varphi$ 04
<b>II</b>	<b>Dipôles électrocinétiques</b> <span style="float: right;"><b>4</b></span> Définitions et conventions • Caractéristiques B.1 Caractéristique statique . . . . . 4 B.2 Caractéristique dynamique . . . . . 5 Puissance	TP- $\varphi$ 05 TP- $\varphi$ 06
<b>III</b>	<b>Réseaux électrocinétiques</b> <span style="float: right;"><b>6</b></span> Définitions • La terre (ou la masse) • Première loi de KIRCHHOFF : loi des nœuds • Deuxième loi de KIRCHHOFF : loi des mailles	 <b>Exercices</b>
<b>IV</b>	<b>Dipôles passifs linéaires</b> <span style="float: right;"><b>8</b></span> Le fil et le coupe-circuit • Résistor idéal B.1 Effet résistif . . . . . 8 B.2 Dipôle résistance . . . . . 9 B.3 Dimensions et unités . . . . . 9 B.4 Ordres de grandeur . . . . . 9 B.5 Puissance instantanée $p(t)$ et énergie totale $\mathcal{E}$ reçues . . . 10 B.6 Associations série et parallèle . . . . . 10 Condensateur idéal C.1 Effet capacitif . . . . . 11 C.2 Dipôle condensateur . . . . . 11 C.3 Dimensions et unités . . . . . 12 C.4 Ordres de grandeur . . . . . 12 C.5 Puissance instantanée $p(t)$ et énergie totale $\mathcal{E}$ reçues . . . 12 C.6 Associations série et parallèle . . . . . 12	
<b>V</b>	<b>Dipôles actifs</b> <span style="float: right;"><b>13</b></span> Sources idéales A.1 Sources idéales de tension . . . . . 13 A.2 Sources idéales de courant . . . . . 14 Sources réelles affines	
<b>VI</b>	<b>Études des réseaux linéaires : pont diviseur de tension et de courant</b> <span style="float: right;"><b>17</b></span>	
 <b>Capacités exigibles</b>		
<p><b>Relier</b> l'intensité d'un courant électrique au débit de charges électriques.</p> <p><b>Utiliser</b> la loi des nœuds et la loi des mailles.</p> <p><b>Algébriser</b> les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.</p> <p><b>Citer</b> les ordres de grandeur d'intensité et de tension électriques dans différents domaines d'application, et en particulier en lien avec la prévention du risque électrique.</p> <p><b>Modéliser</b> une source de tension en utilisant la représentation de Thévenin.</p> <p><b>Remplacer</b> une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.</p> <p><b>Exploiter</b> des ponts diviseurs de tension.</p> <p><b>Établir</b> un bilan de puissance dans un circuit électrique.</p> <p><b>Exploiter</b> l'expression fournie de la capacité d'un condensateur plan.</p> <p><b>Exploiter</b> la condition de continuité de la tension électrique aux bornes d'un condensateur pour déterminer les conditions initiales dans un circuit.</p>		

## I L'électrocinétique : présentation

### A) Approximation de l'électrocinétique

L'ensemble des champs électrique  $\vec{E}(x, y, z, t)$  et magnétique  $\vec{B}(x, y, z, t)$  constitue le *champ électromagnétique* qui se propage à la vitesse de la lumière dans le vide  $c \simeq 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Ce champ  $(\vec{E}, \vec{B})$  peut agir sur les particules chargées via la *force de Lorentz*  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$  qui met ces particules en mouvement et qui sera à l'origine du passage des courants électriques, dans le vide ou dans les milieux matériels conducteurs.

#### Propriété 1 : Approximation de l'électrocinétique

L'*électrocinétique* est une approximation de l'électromagnétisme qui s'applique à l'étude de systèmes constitués d'un certain nombre d'éléments interconnectés par des conducteurs parfaits<sup>a</sup>, et qui fonctionnent dans des conditions quasi-stationnaires (QS).

a. Leur résistance (voir plus loin) est négligeable.

L'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires (A.R.Q.S.) consiste à supposer que la propagation du champ  $(\vec{E}, \vec{B})$  est instantanée. Ainsi, si on note  $\tau$  la durée caractéristique de l'évolution temporelle du système,  $d$  une dimension caractéristique de ce même système, le champ  $(\vec{E}, \vec{B})$  se propageant à une vitesse proche de celle de la lumière, l'A.R.Q.S. consiste à dire que :

$$\tau \gg \frac{d}{c} \quad (1)$$

#### ✓ Exemple

En travaux pratiques, un montage électrique constitué de fils et de différents appareils (bobines, résistances, générateurs ...) fonctionne sous une fréquence de 1 MHz. Une durée caractéristique de l'expérience est donc la période du signal fourni par le générateur soit  $\tau = \frac{1}{f} = 10^{-6} \text{ s}$ . Sur la paillasse, le système occupera une certaine place dans la longueur caractéristique peut être estimée à environ  $d \simeq 1 \text{ m}$ . Ainsi,  $\frac{d}{c} \simeq 10^{-8} \text{ s} \ll \tau \simeq 10^{-6} \text{ s}$ . En TP, nous nous placerons bien dans le cadre de l'A.R.Q.S. c'est-à-dire ici dans le cadre de l'électrocinétique.

#### Propriété 2 : Conséquence de l'a.r.q.s.

Dans les conditions où l'A.R.Q.S. s'applique, l'étude des systèmes peut se faire à partir de notions plus simples :

- **intensités**  $i(t)$  à travers les conducteurs (ou fils),
- **tensions**  $u(t)$  aux bornes des éléments constitutifs du système.

## B) Intensité

### Définition 1 : Intensité du courant

L'intensité  $i(t)$  du courant circulant dans un fil est le débit de charge  $dq$  à travers sa section pendant une durée élémentaire  $dt$ .

Unité et dimension :  $i$  s'exprime en Ampère (A).

## C) Potentiel, tension

Placée dans un champ électrique  $\vec{E}$ , une particule de charge  $q$  possède une énergie potentielle  $E_p = q \cdot V_M$ .

### Définition 2 : Potentiel et tension

$V_M$  est le potentiel électrostatique associé à  $\vec{E}$ .

On définit également la tension  $u(t) = u_{AB}(t)$  entre les deux bornes A et B d'un élément du système comme la différence de potentiel (ddp) entre ses bornes.

Unité et dimension :  $u$  s'exprime en Volt (V).

#### 💡 Remarque

- En électrocinétique, l'origine des potentiels  $V_M$  est appelée la *masse* du système. Par exemple, dans une voiture, la masse correspond à la carrosserie métallique de celle-ci. Tous les composants électriques sont reliés à la masse (accumulateur, alternateur, ampoules, ...) sont reliés à la masse, ce qui permet de simplifier le câblage.

## III Dipôles électrocinétiques

### A) Définitions et conventions

#### Définition 3 : Dipôle électrocinétique

Un **dipôle électrocinétique** est un élément d'un système relié au reste du circuit par **deux bornes** notées A et B.



- L'intensité **algébrique** du courant traversant le dipôle est notée  $i(t)$ . Elle est définie par une flèche (sens du courant) **arbitrairement choisi** : si  $i(t) > 0$ , le sens du courant est effectivement celui indiqué par la flèche.
- La différence de potentiel  $u(t)$  est également **algébrique**.

#### Définition 4 : Conventions générateur et récepteur

- Si les sens des flèches  $i(t)$  et  $u(t)$  sont **les mêmes**, on dit que l'on se place en **convention générateur**.
- Si les sens de ces flèches sont **opposés**, on est en **convention récepteur**.

#### 💡 Remarque

Les flèches ne définissent en rien le sens du courant, mais uniquement le signe de  $i$  et de  $u$ .

### B) Caractéristiques

#### Définition 5 : Caractéristique d'un dipôle

Pour chaque dipôle, on peut écrire **une relation reliant les grandeurs  $u$  et  $i$**  appelée **caractéristique du dipôle**.

#### B.1 Caractéristique statique

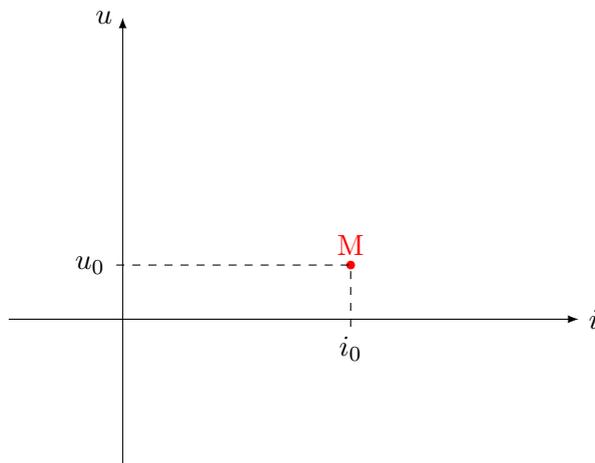
Dans les régimes **indépendants du temps ou continus**, elle est décrite par une **fonction** reliant  $i$  et  $u$  :  $u = f(i)$  ou  $i = g(u)$ .

Il lui correspond une **courbe caractéristique** dans les plans  $(i, u)$  ou  $(u, i)$ .

Un état quelconque du dipôle est **représenté par le point M**  $(i_0, u_0)$  appelé **point de fonctionnement**.

#### 💡 Remarque

La caractéristique peut être déterminée expérimentalement à l'aide d'un voltmètre et d'un ampère-mètre.



## B.2 Caractéristique dynamique

En régime variable (et Q.S.), elle est décrite par une **équation différentielle** reliant  $i(t)$  et  $u(t)$  et leurs dérivées.

### C) Puissance

#### Définition 6 : Convention

Le **sens algébrique des échanges d'énergie** est dirigé du milieu extérieur **vers** le dipôle.

#### 💡 Remarque

Cette convention est identique à celle qui sera utilisée en thermodynamique.

#### Définition 7 : Puissance instantanée

La **puissance instantanée**  $p(t)$  **fournie** (algébrique!) **par le milieu extérieur au dipôle** est :

#### Définition 8 : Énergie totale reçue

L'énergie totale reçue  $\mathcal{E}$  par le dipôle entre les instants  $t_0$  et  $t_1$  est :

Si

## III Réseaux électrocinétiques

### A) Définitions

#### Définition 9 : Réseaux électrocinétiques

Les **réseaux électrocinétiques** les plus simples sont constitués uniquement de **dipôles** dont les bornes sont reliées entre elles par des **conducteurs filiformes** de résistances internes négligeables.

#### Définition 10 : Nœud

Un **nœud** est un **point commun à plusieurs fils** reliant entre elles les bornes des dipôles.

#### 💡 Remarque

Lorsque deux ou plusieurs nœuds sont reliés entre eux **directement** par un fil, on considèrera qu'il s'agit en réalité d'**un seul** nœud.

Soit  $N$  le **nombre total de nœuds** (réduction comprise).

#### Définition 11 : Branche, association en série

Une **branche** est constituée d'une association de dipôles connectés **parcourus par la même intensité**, entre deux nœuds consécutifs.

On dit que ces dipôles sont placés **en série**.

Soit  $B$  le **nombre de branches** du circuit.

#### Définition 12 : Association en dérivation (ou en parallèle)

On dit que des dipôles sont placés **en parallèle** s'ils sont **soumis à la même tension**.

#### Définition 13 : Maille

Une **maille** est un **ensemble de branches** constituant un **parcours fermé**, chacun des nœuds rencontrés n'appartenant qu'à deux branches de l'ensemble considéré.

On admettra que le **nombre de mailles indépendantes** s'écrit  $M = B - (N - 1)$ .

### ✓ Exemple

Étudions l'exemple du pont de WHEATSTONE (schéma ci-contre).

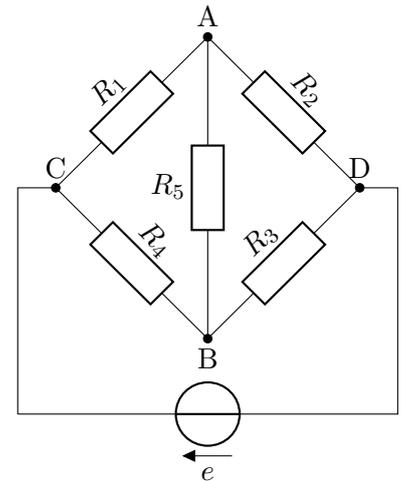
Historiquement, il fut utilisé pour des mesures de résistances par comparaison avec des résistances étalons.

De nos jours, on utilise des ohmmètres de plus grande précision (0,01% max!).

Donner :

- le nombre de nœuds ;
- le nombre de branches ;
- le nombre de mailles indépendantes.

Réponse :



### B) La terre (ou la masse)

Certaines prises possèdent, outre la phase et le neutre, une troisième fiche métallique apparente, nommée la **terre**. Elle est directement reliée à un conducteur métallique planté dans le sol. Cette prise de terre est obligatoire dans le cas d'équipement comportant une carcasse métallique comme une machine à laver par exemple.

La prise de terre est reliée à la carcasse métallique. Sans elle, en cas de faux contact, l'enveloppe de l'appareil peut être portée au potentiel de la phase et électrocuter un utilisateur qui la toucherait. Avec la prise de terre, la carcasse reste au potentiel de la terre, les pieds et les mains de l'utilisateur qui touche l'appareil, sont au même potentiel, par conséquent, il ne court aucun danger.

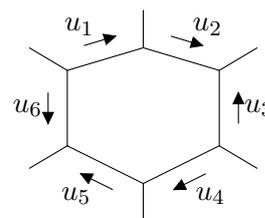
### C) Première loi de Kirchhoff : loi des nœuds

#### Propriété 3 : Loi des nœuds

Dans toute portion du réseau limitée par une ligne fermée  $L$  sur un schéma plan, **il ne peut y avoir accumulation de charge.**

## D) Deuxième loi de Kirchhoff : loi des mailles

Prenons une maille constituée de  $k$  branches. On peut définir pour chaque branche une tension  $u_k$  qui est la ddp entre deux nœuds qui limite cette branche. C'est aussi la somme algébrique des tensions aux bornes des dipôles qui la constituent.



### Propriété 4 : Loi des mailles

## IV Dipôles passifs linéaires

### A) Le fil et le coupe-circuit



### B) Résistor idéal

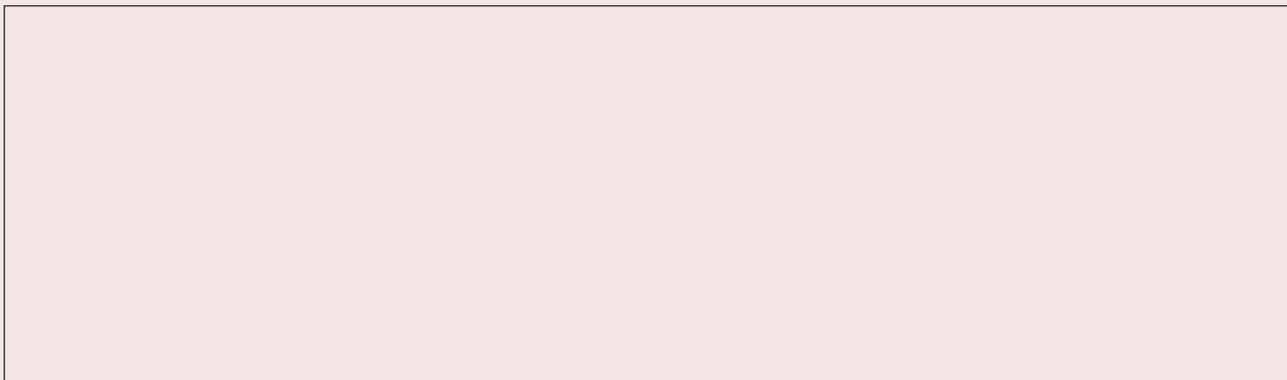
#### B.1 Effet résistif

Lorsqu'on applique une différence de potentiel entre deux points d'un milieu conducteur, il est parcouru par un courant dont l'intensité dépend de la « résistance » qu'oppose le milieu à son passage.

Sous certaines conditions (conducteur homogène,  $T$  uniforme, fréquence pas trop élevée ...), la relation entre  $u(t)$  et  $i(t)$  est linéaire et instantanée.

**Propriété 5 : Loi d'Ohm****B.2 Dipôle résistance**

Il se réduit à un milieu conducteur, sa caractéristique découle de la loi d'Ohm.

**Propriété 6 : Dipôle résistance****B.3 Dimensions et unités**

$$— [R] = \left[ \frac{u}{i} \right] = \frac{[u]}{[i]} = \frac{W Q^{-1}}{Q T^{-1}} = W Q^{-2} T^1 = W I^{-2} T^{-1} = \underbrace{W T^{-1}}_{\text{puissance}} \cdot I^{-2};$$

—  $R$  en ohm ( $\Omega$ );

—  $G$  en siemens (S).

**B.4 Ordres de grandeur**

— cas général :  $R \in [m\Omega; T\Omega]$ ;

— en TP :  $R \in [\Omega; M\Omega]$ .

**B.5 Puissance instantanée  $p(t)$  et énergie totale  $\mathcal{E}$  reçues****Propriété 7 : Puissance et énergie totale reçues en convention récepteur**

Ainsi,  $\mathcal{E}(t_1) \geq 0$  : le dipôle est passif.

**Propriété 8 : Effet Joule**

La résistance reçoit de l'énergie électrique mais ne la stocke pas : il y a dissipation d'énergie sous forme de transfert thermique, c'est l'effet Joule.

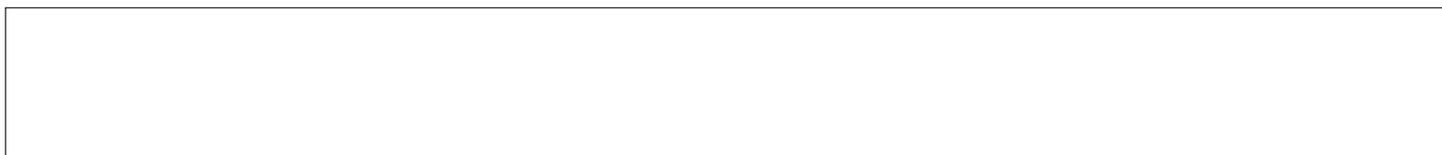
$$p_J(t) = Ri^2(t)$$

**B.6 Associations série et parallèle**

- résistances en série :



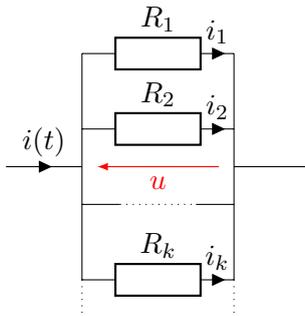
Pour la résistance  $k$ ,  $u_k = R_k \times i$  :

**Propriété 9 : Association en série de résistances**

L'association en série est équivalente à une unique résistance



- résistances en parallèle :



Toutes les résistances sont soumises à la tension  $u$ .  
Donc pour la résistance  $k$ ,  $u = R_k \times i_k$  :

### Propriété 10 : Association en parallèle de résistances

L'association en parallèle est équivalente à une unique résistance telle que :

## C) Condensateur idéal

### C.1 Effet capacitif

Lorsqu'on applique une différence de potentiel entre deux conducteurs isolés placés à proximité l'un de l'autre, on observe l'accumulation de charges de signes contraires sur les deux conducteurs (influence électrostatique).

Nous travaillons dans des cas où la charge  $q(t)$  est proportionnelle à la tension  $u(t)$  appliquée :

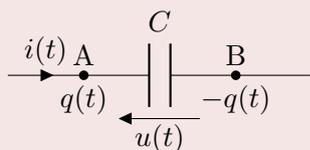
### Propriété 11 : Fonctionnement du condensateur en régime linéaire

où  $C$  est la capacité des deux armatures du condensateur.

### C.2 Dipôle condensateur

#### Propriété 12 : Dipôle condensateur

en convention récepteur



Algébriquement, on a :

De même,

En combinant ces deux relations, on déduit la caractéristique du condensateur en convention récepteur :

#### 💡 Remarque

En régime stationnaire,  $u(t) = \text{cste}$  donc  $i(t) = 0$  : le condensateur est équivalent à un coupe-circuit.

### C.3 Dimensions et unités

- $[C] = \left[ \frac{q}{u} \right] = \frac{Q}{W Q^{-1}} = Q^2 W^{-1}$ ;
- $C$  en farad (F).

### C.4 Ordres de grandeur

- en TP :  $C \in [\text{pF}; \text{F}]$ .

La caractéristique du condensateur nous dit que  $u$  est nécessairement dérivable donc continue :

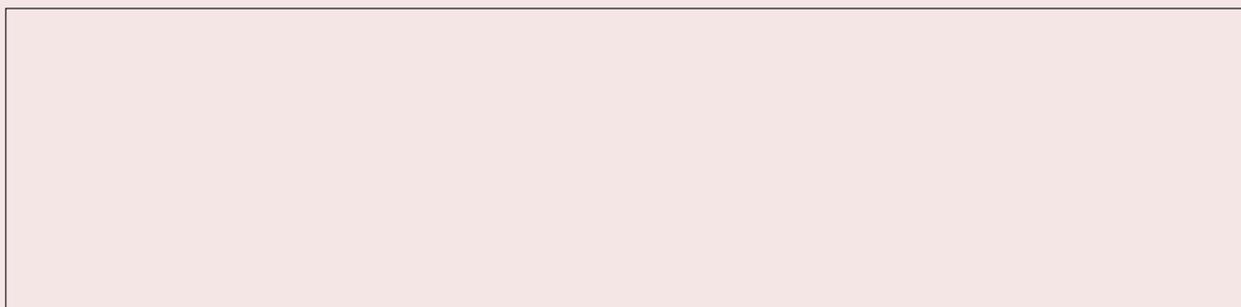
#### Propriété 13 : Continuité de la tension

$\forall t$ , la tension aux bornes du condensateur est continue, soit :

$$u_C(t^-) = u_C(t^+)$$

### C.5 Puissance instantanée $p(t)$ et énergie totale $\mathcal{E}$ reçues

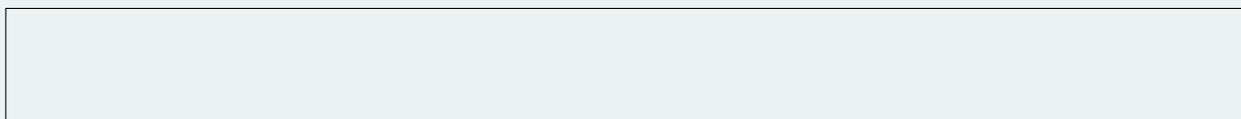
#### Propriété 14 : Puissance et énergie totale reçues en convention récepteur



À la charge du condensateur, le dipôle reçoit de la puissance :  $p(t) \geq 0$ . Les charges accumulées stockent de l'énergie, sous forme d'énergie électrostatique. Cette énergie peut être récupérée à la décharge.

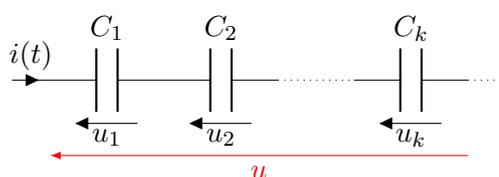
#### Définition 14 : Énergie électrique du condensateur

Le condensateur stocke de l'énergie sous forme électrique :



### C.6 Associations série et parallèle

- condensateurs en série :



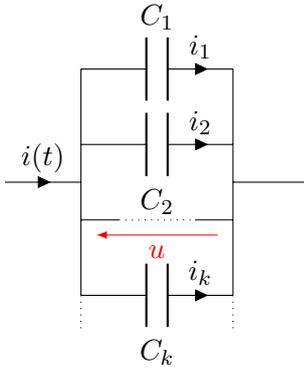
Pour le condensateur  $k$ ,  $i = C_k \frac{du_k}{dt}$  :



**Propriété 15 : Association en série de condensateurs**

L'association en série est équivalente à un unique condensateur tel que :

- condensateurs en parallèle :



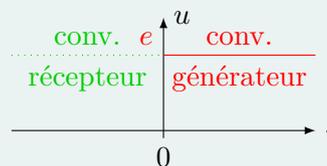
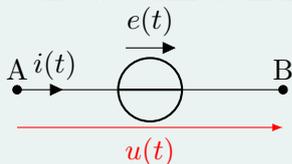
Tous les condensateurs sont soumis à la tension  $u$ .  
Donc pour le condensateur  $k$ ,  $i_k = C_k \frac{du}{dt}$  :

**Propriété 16 : Association en parallèle de condensateurs**

L'association en parallèle est équivalente à un unique condensateur telle que :

**V Dipôles actifs****A) Sources idéales****A.1 Sources idéales de tension****Définition 15 : Source idéale de tension**

Il s'agit d'un dipôle qui maintient entre ses bornes une tension indépendante du courant qui le traverse. Elle est caractérisée par sa force électromotrice  $e(t)$ , grandeur algébrique définie relativement à une flèche dont le sens est défini de manière arbitraire.

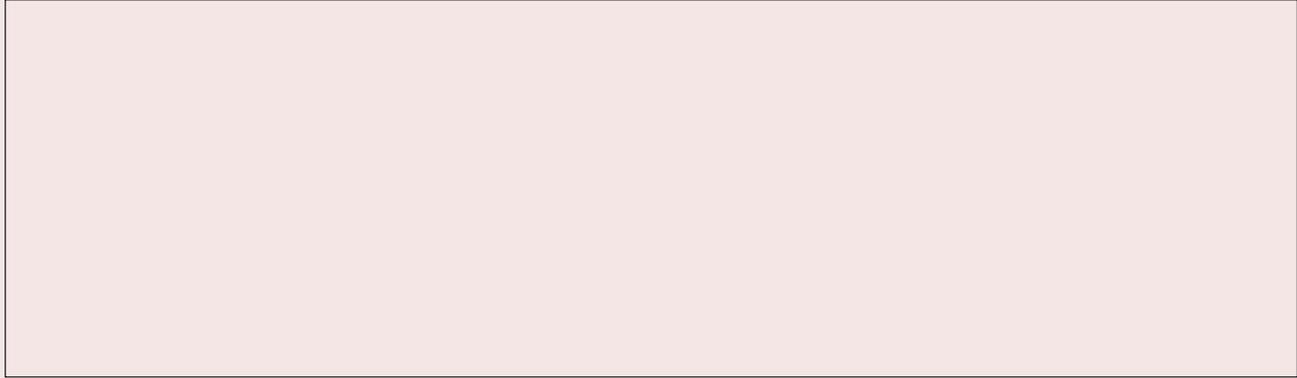
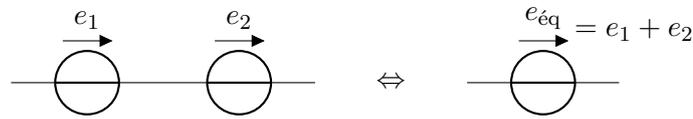


En circuit ouvert ( $i = 0$ ), on a  $u(t) = e(t)$ .

En convention générateur, la puissance reçue vaut :  $p = -u \times i = -e \times i < 0$  si  $e > 0$ . Le dipôle est bien un générateur d'énergie si  $i \geq 0$ .

**Propriété 17 : Association en série**

Lorsqu'on associe plusieurs sources idéales de tension en série, l'ensemble est équivalent à une source de tension de force électromotrice  $e_{\text{éq}}$  telle que :

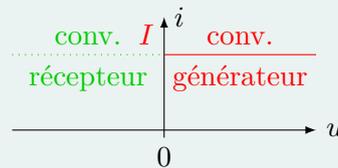
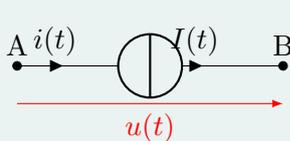
**✓ Exemple****💡 Remarque**

Deux sources idéales de tension ne peuvent être associées en parallèle que si elles ont même fém.

**A.2 Sources idéales de courant****Définition 16 : Source idéale de courant**

Il s'agit d'un dipôle qui délivre un courant dont l'intensité est indépendante de la tension à ses bornes (fixée par le reste du circuit).

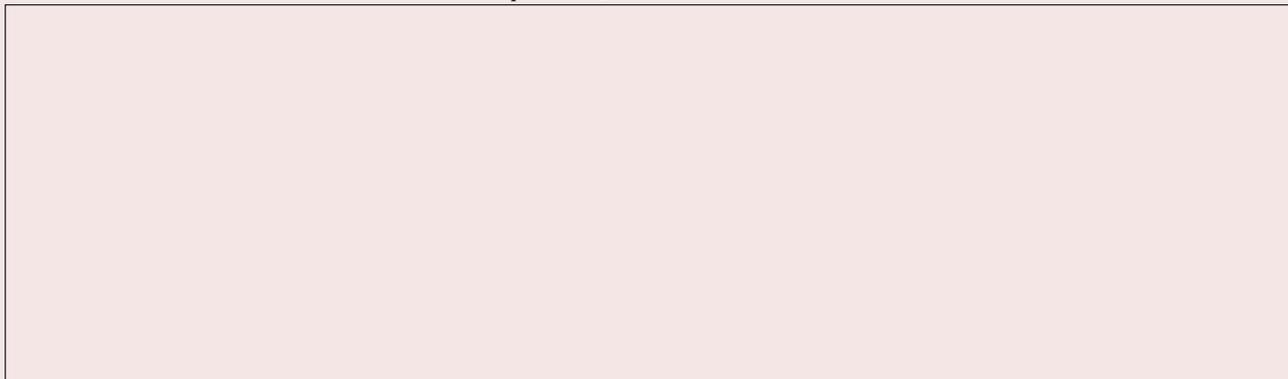
Elle est caractérisée par un courant électromoteur  $I(t)$ , grandeur algébrique définie relativement à une flèche dont le sens est défini de manière arbitraire.



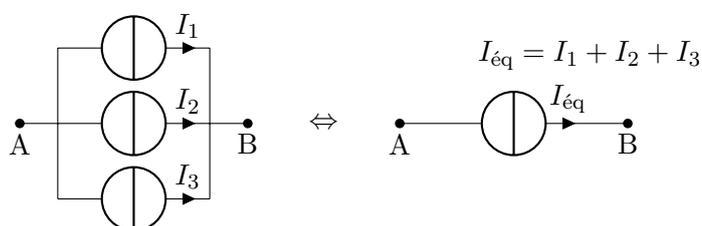
En convention générateur, la puissance reçue vaut :  $p = -u \times i = -u \times I < 0$  si  $I > 0$ . Le dipôle est bien un générateur d'énergie si  $u \geq 0$ .

### Propriété 18 : Association en parallèle

Lorsqu'on associe plusieurs sources idéales de courant en parallèle, l'ensemble est équivalent à une source de courant de courant électromoteur  $I_{\text{éq}}$  telle que :



#### ✓ Exemple



#### 💡 Remarque

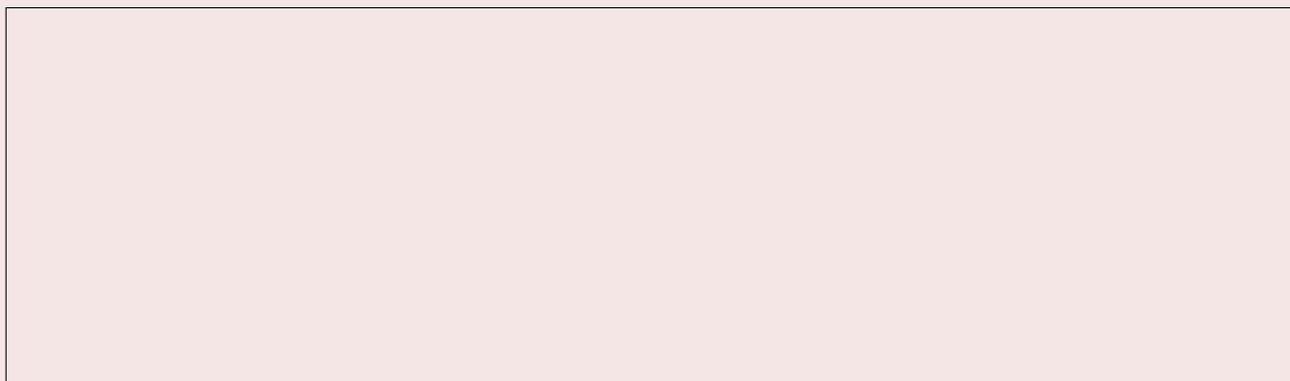
Deux sources idéales de tension ne peuvent être associées en série que si elles ont même c.é.m.

### B) Sources réelles affines



**Propriété 19 : Représentation en convention générateur**

Une source réelle de tension peut être modélisée par :

Représentation de Thévenin

$$u(t) = e(t) - Ri(t)$$

- $e(t)$  : fém de la source réelle  
(= tension en circuit ouvert) ;
- $R_{th}$  : résistance interne de la source.

## VI Études des réseaux linéaires : pont diviseur de tension et de courant

### Méthode 1 : Conseils méthodologiques

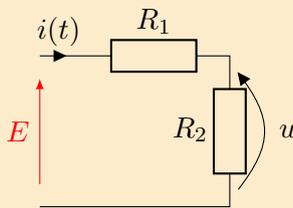
- Simplifier le circuit à l'aide des équivalences de THÉVENIN et de NORTON, associer les dipôles en série et en parallèle pour se ramener au circuit le plus simple possible.
- Si le circuit se limite à une seule maille, en régime stationnaire, l'intensité du courant peut être déterminée grâce à la loi de POUILLET :

$$i = \frac{\sum_n \varepsilon_n e_n}{\sum_p R_p}$$

avec :

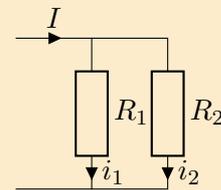
- $\varepsilon_p = +1$  si le sens choisi pour parcourir la maille (celui de  $i$ ) est le même que celui définissant  $e_n$
- $\varepsilon_p = -1$  sinon.
- Si le circuit se ramène à un pont diviseur (de tension ou de courant), on peut alors appliquer un des relations ci-dessous :

Pont diviseur de tension



$$u = E \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Pont diviseur de courant



$$i_2 = I \times \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

- S'il n'est pas possible d'appliquer une des trois lois précédentes, reste alors la « méthode générale » de résolution des réseaux linéaires :
  - Le circuit contient  $N$  nœuds et  $B$  branches : il y a donc *a priori*  $2B$  inconnues, les  $B$  courants de branche et les  $B$  tensions de branche. Il faut donc  $2B$  équations.
  - Écrire  $N - 1$  lois des nœuds et  $B - (N - 1)$  lois des mailles (correspond au nombre de mailles indépendantes, c'est-à-dire le nombre de mailles qu'il faut déconnecter pour que le circuit soit entièrement ouvert),
  - $B$  équations caractéristiques sur chaque branche permettent d'obtenir le bon nombre d'équations,
  - Résoudre alors ce système de  $2B$  équations à  $2B$  inconnues. Généralement, la résolution complète du système n'est pas nécessaire, une ou deux grandeurs étant demandée.