

**Programme de colles**  
**Semaine 9 du 27/11 au 1/12/2023**

### Chapitre 7 : Systèmes d'équations linéaires

#### Théorie

- Définition d'un système d'équations linéaires, taille (ou dimensions) du système. Système carré. Notation matricielle.
- Coefficients principaux, second membre, système homogène.
- Système compatible, incompatible.
- Système triangulaire, système échelonné. Pivots d'un système échelonné.
- Opérations élémentaires sur les lignes.
- Rang d'un système, inconnues principales, variables auxiliaires (libres).
- Déterminant d'un système carré de taille 2.

#### Pratique

- Résolution d'un système linéaire par l'algorithme du pivot de Gauss.
- Technique d'échange de colonnes : renommer les inconnues.
- **non exigible** : Application du pivot de Gauss "en place" (sans échange de lignes ni de colonnes).
- Écriture de l'ensemble-solution pour un système incompatible, pour un système admettant un unique  $p$ -uplet solution, pour un système admettant une infinité de solutions.
- Résolution de systèmes à paramètres dans le second membre.  
Expression des conditions de compatibilité.
- Résolution de systèmes à paramètres dans les coefficients principaux. Étude par disjonction de cas. Le cas échéant, expression des solutions en fonction des paramètres.

#### Liste des questions de cours :

1. Définition d'un système linéaire homogène, d'un système compatible.  
Que dire d'un système linéaire homogène ?
2. Énoncé des 3 opérations élémentaires sur les lignes d'un système linéaire.
3. Définition d'un *pivot* d'un système échelonné, et du *rang* d'un tel système.
4. Définition d'un système *de Cramer*. Combien de solutions possède-t-il ?
5. Soit un système linéaire de  $n$  équations à  $p$  inconnues, et de rang  $r$ .  
Relations entre  $r$  et  $n$ , et entre  $r$  et  $p$ .  
Expression en fonction de  $n, r, p$  du nombre d'équations auxiliaires, et du nombre de variables libres.

#### Informatique (en langage *Python*) :

1. Déclaration d'une variable : affectation (=)
2. Importations à partir du module `math`.
3. Syntaxe de définition d'une fonction.
4. Boucle `for` ou `while`. Applications aux calculs de sommes ou de produits.
5. Booléens `True`, `False`, comparaisons (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`), tests.
6. Listes, chaînes de caractères et tuples. Indexation, extraction, concaténation.
7. Modules `matplotlib.pyplot` (`plt`) et `numpy` (`np`) : représentations graphiques.

Mots clés à connaître : `from import as def return for while if elif else`

Fonctions à connaître : `range len append np.linspace plt.plot plt.show`

*Exemples de questions pouvant être posées par l'examineur :*

\* Représenter graphiquement sur  $[0, 2\pi]$  la fonction  $x \mapsto \cos^2(2x) \sin(2x)$ .

\* Représenter graphiquement sur  $[0, 1]$  et sur un même graphique les courbes représentatives des fonctions

$f_n$ , pour  $n \in \llbracket 1, 10 \rrbracket$ , définies par  $f_n : x \mapsto \sum_{k=0}^{n-1} \cos(1 + kx)$ .

*Bon courage à tous !*