

Programme de colles
Semaine 17 du 5/02 au 9/02/2024

Chapitre 13 : Applications

- Fonction, application. Ensembles de départ, d'arrivée. Ensemble de définition.
- Image directe par $f : E \rightarrow F$ d'une partie $A \subset E$.
- Application identité d'un ensemble E , application indicatrice d'une partie A de E .
- Composée, prolongement (pas de restriction ni corestriction).
- Injection, surjection, bijection.
- Bijection réciproque, obtention de son expression par résolution d'une équation.

Remarque : aucune connaissance du théorème de la bijection continue n'est exigible.

Chapitre 14 : Limites de fonctions réelles de variable réelle

- Limites finies ou infinies en $x_0 \in \overline{\mathbf{R}} = \mathbf{R} \cup \{+\infty, -\infty\}$.
- Limites à droite ou à gauche en $x_0 \in \mathbf{R}$.
- Opérations sur les limites, unicité de la limite, limites des fonctions usuelles.
- Limites et relations d'ordre : passage à la limite, comparaison, encadrement.
- Existence de limites pour les fonctions monotones.
- Relation de négligeabilité, notation « petit o ».
- Fonctions équivalentes, opérations sur les équivalents.
- Équivalents usuels en 0 : $\sin(t)$, $\tan(t)$, $\cos(t) - 1$, $e^t - 1$, $\ln(1 + t)$, $(1 + t)^\alpha - 1$.
- Application aux recherches de limites.

Liste des questions de cours :

1. Définir précisément une injection, une surjection et une bijection.
2. Définir précisément : $\text{Arcsin}(x)$, $\text{Arccos}(x)$ ou $\text{Arctan}(x)$.
3. **Exercice-type** : $\frac{3x-2}{x-1}$
Montrer que $x \mapsto \frac{3x-2}{x-1}$ définit une bijection de $\mathbf{R} \setminus \{1\}$ dans un ensemble à préciser.
Déterminer l'expression de sa bijection réciproque.
4. Donner une définition précise d'une limite
(finie, infinie, en $x_0 \in \mathbf{R}$, en $\pm\infty$, à gauche, à droite, au choix de l'examinateur).
5. Théorème de comparaison : $f \leq g$ et $\lim_{x_0} f = +\infty$ ou $\lim_{x_0} g = -\infty$.
6. Théorème d'encadrement (*des gendarmes*).
7. Définir : $f(x) = o(g(x))$ puis $f(x) \sim_{x_0} g(x)$.
8. Citer un équivalent usuel en 0 (au choix de l'examinateur).

Informatique (en langage Python) :

1. Déclaration d'une variable : affectation (=)
2. Importations à partir du module `math`.
3. Syntaxe de définition d'une fonction.
4. Boucle `for` ou `while`. Applications aux calculs de sommes ou de produits.
5. Booléens `True`, `False`, comparaisons (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`), tests.
6. Listes, chaînes de caractères et tuples. Indexation, extraction, concaténation.
7. Modules `matplotlib.pyplot` (`plt`) et `numpy` (`np`) : représentations graphiques.
8. Fonctions récursives : cas de base, appel récursif.
9. **Simulation du hasard** : le module `random` (`rd`).

Mots clés à connaître : `from import as def return for while if elif else`

Fonctions à connaître : `range len append np.linspace plt.plot plt.show rd.random rd.randint rd.choice`

Bon courage à tous !