

I Généralités sur les fonctions

1. Ensemble de définition
2. Graphe
3. Parité, imparité ($\rightarrow$ *Annexe*)
4. Périodicité
5. Monotonie

II Dérivation

1. Rappel de définition ($\rightarrow$ *Annexe*)
2. Équation des tangentes ($\rightarrow$ *Annexe*)
3. Monotonie des fonctions dérivables
4. Dérivées usuelles ($\rightarrow$ *Annexe*)
5. Opérations sur les dérivées ($\rightarrow$ *Annexe*)
6. Plan d'étude d'une fonction

III Fonctions polynomiales ou rationnelles

1. Définitions, vocabulaire
2. Limites en $+\infty$ ou en $-\infty$

IV La fonction exponentielle

1. Définition
2. Propriétés analytiques ($\rightarrow$ *Annexe*)
3. Propriétés algébriques ($\rightarrow$ *Annexe*)
4. Autres fonctions exponentielles ($\rightarrow$ *Annexe*)

V La fonction logarithme népérien

1. Définition
2. Propriétés analytiques ($\rightarrow$ *Annexe*)
3. Propriétés algébriques ($\rightarrow$ *Annexe*)
4. Autres fonctions logarithmes ($\rightarrow$ *Annexe*)

VI Fonctions puissances

1. $x \mapsto x^n$ avec $n \in \mathbf{Z}$
2. $x \mapsto x^{1/n}$ avec $n \in \mathbf{N}^*$
3. $x \mapsto x^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbf{R}$

VII Croissances comparées

VIII La fonction valeur absolue

IX La fonction partie entière

Annexes

1.3 Parité, imparité

- f est paire : $\forall x \in \mathcal{D}_f, -x \in \mathcal{D}_f$ et $f(-x) = f(x)$.
- f est impaire : $\forall x \in \mathcal{D}_f, -x \in \mathcal{D}_f$ et $f(-x) = -f(x)$.

2.1 Dérivabilité

- f dérivable en a : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ existe dans $\mathbf{R}$, et notée $f'(a)$.

2.2 Tangente

- L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en a est $T : y = f'(a) \times (x - a) + f(a)$

2.4 Dérivées usuelles

f	$\mathcal{D}_f$	f'	$\mathcal{D}_{f'}$
$x \mapsto \lambda, \lambda \in \mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$x \mapsto 0$	$\mathbf{R}$
$x \mapsto x^n, n \in \mathbf{N}^*$	$\mathbf{R}$	$x \mapsto nx^{n-1}$	$\mathbf{R}$
$x \mapsto x^n, n \in \mathbf{Z}_-$	$\mathbf{R}^*$	$x \mapsto nx^{n-1}$	$\mathbf{R}^*$
$x \mapsto x^{1/n}, n$ pair, $n \geq 2$	$\mathbf{R}_+$	$x \mapsto \frac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}$	$\mathbf{R}_+^*$
$x \mapsto x^{1/n}, n$ impair, $n \geq 1$	$\mathbf{R}$	$x \mapsto \frac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}$	$\mathbf{R}^*$
$x \mapsto x^\alpha, \alpha \in \mathbf{R}$	$\mathbf{R}_+^*$	$x \mapsto \alpha x^{\alpha-1}$	$\mathbf{R}_+^*$
$x \mapsto x $	$\mathbf{R}$	$x \mapsto \begin{cases} 1 \text{ si } x > 0 \\ -1 \text{ si } x < 0 \end{cases}$	$\mathbf{R}^*$
$x \mapsto \lfloor x \rfloor$	$\mathbf{R}$	$x \mapsto 0$	$\mathbf{R} \setminus \mathbf{Z}$
$x \mapsto e^x$	$\mathbf{R}$	$x \mapsto e^x$	$\mathbf{R}$
$x \mapsto \ln x$	$\mathbf{R}_+^*$	$x \mapsto \frac{1}{x}$	$\mathbf{R}_+^*$
$x \mapsto \cos x$	$\mathbf{R}$	$x \mapsto -\sin x$	$\mathbf{R}$
$x \mapsto \sin x$	$\mathbf{R}$	$x \mapsto \cos x$	$\mathbf{R}$
$x \mapsto \tan x$	$\mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z} \right\}$	$x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	$\mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z} \right\}$

2.5 Opérations sur les dérivées

f	f'
$u + v$	$u' + v'$
λu	$\lambda u'$
uv	$u'v + uv'$
$\frac{1}{v}$	$-\frac{v'}{v^2}$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$v \circ u$	$u' \cdot (v' \circ u)$
e^u	$u' \cdot e^u$
$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$
u^n	$n \cdot u' \cdot u^{n-1}$
$\cos(u)$	$-u' \cdot \sin(u)$
$\sin(u)$	$u' \cdot \cos(u)$
$\tan(u)$	$\frac{u'}{\cos^2(u)} = u' \cdot (1 + \tan^2(u))$
u^{-1}	$\frac{1}{u' \circ u^{-1}}$

4.2 Propriétés analytiques de la fonction exponentielle

- $\forall x \in \mathbf{R}, \exp(x) > 0$
- $\exp'$ est strictement croissante sur $\mathbf{R}$
- $\exp' = \exp$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \exp(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \exp(x) = +\infty$

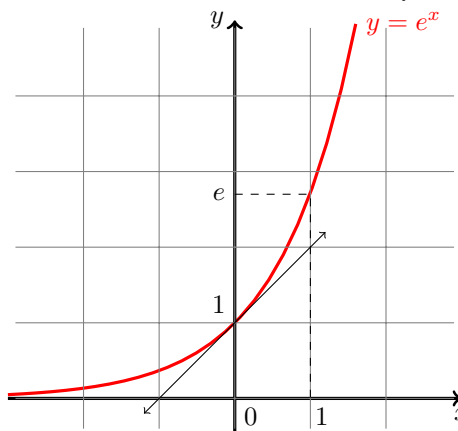
TABLEAU DE VARIATIONS :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\exp'(x) = \exp(x)$		+	
$\exp$			

$\exp(0) = e^0 = 1$ et $\exp(1) = e \approx 2,718$

Taux de variation en 0 : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE :



4.3 Propriétés algébriques de la fonction exponentielle

- $\forall a, b \in \mathbf{R}, e^{a+b} = e^a \cdot e^b$
- $\forall a, b \in \mathbf{R}, e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$
- $\forall a \in \mathbf{R}, e^{-a} = \frac{1}{e^a}$
- $\forall a \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{Z}, e^{na} = (e^a)^n$

4.4 Fonction exponentielle de base $a > 0$:

$$\forall x \in \mathbf{R}, a^x = e^{x \ln(a)}$$

5.2 Propriétés analytiques du logarithme népérien :

- $\ln$ est définie sur $\mathbf{R}_+^*$
- $\ln(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1$
- $\ln(1) = 0$
- $\ln(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$
- $\ln$ dérivable sur $\mathbf{R}_+^*$ et $\forall x \in \mathbf{R}_+^*, \ln'(x) = \frac{1}{x}$
- $\ln$ est strictement croissante sur $\mathbf{R}_+^*$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$

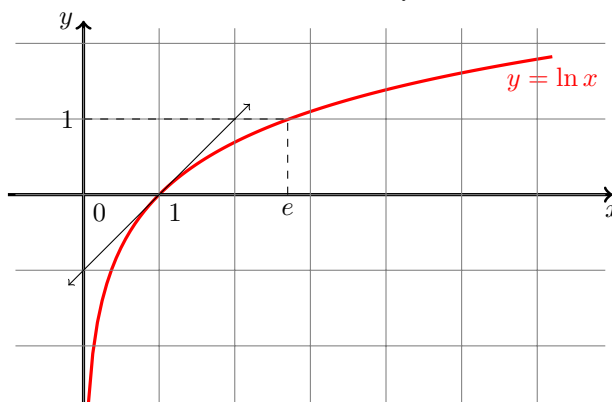
TABLEAU DE VARIATIONS :

x	0	1	e	$+\infty$
$\ln'(x) = \frac{1}{x}$			+	
$\ln$				

Taux de variation en 1 :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1} = 1 \quad \text{ou encore} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1+h)}{h} = 1$$

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE :



5.3 Propriétés algébriques du logarithme népérien :

- $\forall a, b \in \mathbf{R}_+^*, \ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$
- $\forall a \in \mathbf{R}_+^*, \ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$
- $\forall a, b \in \mathbf{R}_+^*, \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
- $\forall a \in \mathbf{R}_+^*, \forall x \in \mathbf{R}, \ln(a^x) = x \ln(a)$

5.4 Fonction logarithme décimal :

$$\forall x > 0, \log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$