

Devoir Maison n°1

Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie par l'expression : $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$

1. Donner le domaine de définition \mathcal{D} de la fonction f .
2. Justifier que f est dérivable sur \mathcal{D} .
3. Pour $x \in \mathcal{D}$, déterminer l'expression de $f'(x)$.
4. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de \mathcal{D} .
5. Dresser le tableau de variations complet de la fonction f .

On mettra en évidence l'existence d'un minimum relatif pour f .

Soit \mathcal{C}_f la courbe représentative de f dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan.

6. Expliquer pourquoi \mathcal{C}_f possède deux asymptotes, dont on précisera une équation.
7. Tracer l'allure de la courbe \mathcal{C}_f .
On choisira judicieusement les échelles horizontales et verticales.
8. Montrer que la tangente en a à \mathcal{C}_f passe par l'origine du repère si, et seulement si :

$$f(a) = af'(a)$$

9. En déduire que \mathcal{C}_f possède deux tangentes passant par l'origine, en des réels α et β à préciser.
10. Tracer ces tangentes sur la figure précédente.

* * *