Exercice 1 : Valeurs de la fonction $x \longmapsto x^2 \ln(x)$

$f(e) = e^2$
$f(1/e) = -e^{-2}$
$f(\sqrt{e}) = e/2$
$f(e^2) = 2e^4$
$f(e\sqrt{e}) = \dfrac{3}{2}e^3$
$f(1/e^2) = -2e^{-4}$
$f(1/\sqrt{e}) = -e^{-1}/2 = -\dfrac{1}{2e}$

Exercice 2 : Simplifications diverses

$A = 4$
$B = 36\ln(2)$
$C = \dfrac{x}{2}$
$D = e^{-2}$
$E = (\ln(x) - 1)^2 = \ln^2\left(\dfrac{x}{e}\right)$
$F = \ln(e^{xy} - 1)$

Exercice 3 : Simplifications de puissances

$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2^5} = 4$
$(\sqrt[6]{3})^3 = \sqrt{3}$
$\sqrt[5]{3} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[15]{3^2} = 3$
$\dfrac{x^3.\sqrt{x}}{(\sqrt[4]{x})^6} = x^2$
$(x^{-n+1})^2(x^3)^{n-2} = x^{n-4}$
$\left(2^{2n}\right)^{(2n)^{2^n}} = 2^{(2n)^{1+2^n}}$

Exercice 6 : Ensembles de définition, et limites

1. $D_1 = \mathbf{R}$ $\quad \lim\limits_{-\infty} f_1 = -\infty \quad \lim\limits_{+\infty} f_1 = +\infty$
2. $D_2 = \mathbf{R}_+^\star \setminus \{4\} \quad \lim\limits_{0} f_2 = +\infty \quad \lim\limits_{4^-} f_2 = -\infty \quad \lim\limits_{4^+} f_2 = +\infty \quad \lim\limits_{+\infty} f_2 = 0$
3. $D_3 = \mathbf{R} \quad \lim\limits_{-\infty} f_3 = +\infty \quad \lim\limits_{+\infty} f_3 = +\infty$
4. $D_4 = \mathbf{R} \quad \lim\limits_{-\infty} f_4 = 0 \quad \lim\limits_{+\infty} f_4 = +\infty$
5. $D_5 = \mathbf{R} \quad \lim\limits_{-\infty} f_5 = 0 \quad \lim\limits_{+\infty} f_5 = +\infty$
6. $D_6 =]-1, 1] \quad \lim\limits_{-1} f_6 = +\infty \quad \lim\limits_{1} f_6 = 0$
7. $D_7 =]0, e] \quad \lim\limits_{0} f_7 = +\infty \quad \lim\limits_{e} f_7 = 0$
8. $D_8 = \mathbf{R}_+^\star \quad \lim\limits_{0} f_8 = 0 \quad \lim\limits_{+\infty} f_8 = 1$
9. $D_9 = \mathbf{R}_+^\star \quad \lim\limits_{0} f_9 = 1 \quad \lim\limits_{+\infty} f_9 = 0$
10. $D_{10} = \mathbf{R} \setminus \{1, 2\} \quad \lim\limits_{\pm\infty} f_{10} = 0 \quad \lim\limits_{1^-} f_{10} = \lim\limits_{2^+} f_{10} = +\infty \quad \lim\limits_{1^+} f_{10} = \lim\limits_{2^-} f_{10} = -\infty$
11. $D_{11} =]\ln(2), +\infty[\quad \lim\limits_{\ln(2)} f_{11} = +\infty \quad \lim\limits_{+\infty} f_{11} = +\infty$

Exercice 9 : Ensembles de définition, et parité

1. $f : x \longmapsto 3\ln(\pi + x^2) + 1$ est définie sur $\mathbf{R}$ et est **paire**.
2. $f : x \longmapsto \dfrac{2x^5 - 7x^3}{x^4 - x^2 + 3}$ est définie sur $\mathbf{R}$ et est **impaire**.
3. $f : x \longmapsto e^{x^3+3x}$ est définie sur $\mathbf{R}$ et n'est **ni paire, ni impaire**.
4. $f : x \longmapsto \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ est définie sur $\mathbf{R}$ et est **paire**.
5. $f : x \longmapsto \ln\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)$ est définie sur $]-1, 1[$ et est **impaire**.
6. $f : x \longmapsto \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ est définie sur $\mathbf{R}$ et est **impaire**.

Exercice 10 : Ensembles de définition, dérivabilité et dérivée

1. $f : x \longmapsto \ln(x^2-3)$. $\mathcal{D}_f =]-\infty, -\sqrt{3}[\cup]\sqrt{3}, +\infty[$, $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_f$ et $f'(x) = \dfrac{2x}{x^2-3}$
2. $f : x \longmapsto \sqrt{2x-1}$. $\mathcal{D}_f = \left[\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$, $\mathcal{D}_{f'} = \left]\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$ et $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-1}}$
3. $f : x \longmapsto \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$. $\mathcal{D}_f = \mathbf{R}^\star$, $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_f$ et $f'(x) = -\dfrac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}} + \dfrac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}$
4. $f : x \longmapsto \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$. $\mathcal{D}_f = \mathbf{R}$, $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_f$ et $f'(x) = -x(x^2+1)^{-\frac{3}{2}}$
5. $f : x \longmapsto \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$. $\mathcal{D}_f =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$, $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_f$ et $f'(x) = -x(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}$
6. $f : x \longmapsto \sqrt{-2+x-x^2}$. $\mathcal{D}_f = \varnothing$.
7. $f : x \longmapsto \ln\big(\ln(x)\big)$. $\mathcal{D}_f =]1, +\infty[$, $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_f$ et $f'(x) = \dfrac{1}{x\ln(x)}$
8. $f : x \longmapsto \dfrac{\ln(x)}{1+x^2}$. $\mathcal{D}_f = \mathbf{R}_+^\star$, $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_f$ et $f'(x) = \dfrac{1+x^2-2x^2\ln(x)}{x(1+x^2)^2}$
9. $f : x \longmapsto \dfrac{1}{\ln(x+2)}$. $\mathcal{D}_f =]-2, -1[\cup]-1, +\infty[$, $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_f$ et $f'(x) = -\dfrac{1}{x+2}\big(\ln(x+2)\big)^{-2}$
10. $f : x \longmapsto x^x = e^{x\ln(x)}$. $\mathcal{D}_f = \mathbf{R}_+^\star$, $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_f$ et $f'(x) = (\ln(x)+1)e^{x\ln(x)}$
11. $f : x \longmapsto (1+x^2)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{x}\ln(1+x^2)}$. $\mathcal{D}_f = \mathbf{R}^\star$, $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_f$ et $f'(x) = \left(-\dfrac{1}{x^2}\ln(1+x^2) + \dfrac{2}{1+x^2}\right)e^{\frac{1}{x}\ln(1+x^2)}$