

Programme de colles
Semaine 2 du 23/09 au 27/09/2024

Chapitre 1 : Éléments de base.

- Ensembles de nombres, intervalles réels, intervalles entiers.
- Rappels de règles élémentaires de calcul.
- Techniques élémentaires de résolution d'équations ou d'inéquations.

Chapitre 2 : Rappels d'analyse.

- Recherche d'ensemble de définition.
- Parité, imparité, périodicité. Conséquences graphiques.
- Monotonie : définitions, action d'une fonction monotone sur une inégalité.
- Dérivation : définition, opérations, dérivées usuelles, équations des tangentes.
- Monotonie des fonctions dérivables.
- Fonctions polynomiales ou rationnelles : définition, vocabulaire (degré, coefficient dominant, monôme dominant, racine, pôle), règle pour les limites en $\pm\infty$.
- Fonctions exponentielles : $x \mapsto e^x$, $x \mapsto a^x$ avec $a > 0$.
- Fonctions logarithmes : $\ln$, $\log_{10}$.
- Fonctions puissances : $x \mapsto x^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbf{N}$ ou $\alpha \in \mathbf{Z}$ ou $\frac{1}{\alpha} \in \mathbf{N}$ ou $\alpha \in \mathbf{R}$.
- Fonction valeur absolue.
- Fonction partie entière.
- Croissances comparées usuelles.

Liste des questions de cours :

1. Une définition précise parmi : fonction paire, impaire, périodique, (strictement) monotone.
2. Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle $I \subset \mathbf{R}$.
On suppose que v ne s'annule pas. Que dire de $u + v$, uv , $\frac{1}{v}$, $\frac{u}{v}$?
3. Dérivée d'une composée. Application aux dérivées de : u^n , e^u , $\ln(u)$.
4. Présentation détaillée d'une des fonctions usuelles ci-dessus (ensemble de définition, symétries éventuelles, ensemble de dérivabilité, dérivée, variations, allure du graphe, propriétés algébriques).

Informatique (en langage *Python*) :

1. Déclaration d'une variable : affectation (=)
2. Importations à partir du module `numpy`.
3. Syntaxe de définition d'une fonction. Mots clés : `def`, `return`
4. Booléens `True`, `False`
5. Tests (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`)
6. Instructions conditionnelles (`if`, `elif`, `else`)
7. Boucles `for` ou `while`. Utilisation de la fonction `range`.
Applications : calculs de sommes ou de produits, calcul du terme général d'une suite récurrente.

Exemples de questions pouvant être posées par l'examineur :

- * Définir en langage *Python* la fonction : $x \mapsto \ln(3 + \cos^2 x)$.
- * Définir en langage *Python* la fonction : $(x, y) \mapsto \sin^3(2x) + \cos(xy)$.
- * Écrire une fonction d'argument n renvoyant : $\sum_{k=1}^n \ln(k+1) \cos(k)$.
- * Définir la fonction factorielle.
- * Écrire une fonction d'argument x renvoyant : $\begin{cases} 2x+1 & \text{si } x > 0 \\ \cos(x) & \text{sinon} \end{cases}$
- * Définir la fonction `suite(n)` renvoyant u_n lorsque $\begin{cases} u_0 = 5 \\ \forall n \geq 0, u_{n+1} = \frac{1+u_n}{1+u_n^2} \end{cases}$

Bon courage à tous !