

Devoir Maison n°2

Exercice 1 : Inéquation trigonométrique

On considère l'inéquation (E) : $\sin(2x) \geq \sin(x)$

1. Rappeler la formule de duplication du sinus.
2. En déduire que : $(E) \Leftrightarrow \sin(x) \times (2 \cos(x) - 1) \geq 0$
3. Pour $x \in [0, 2\pi]$, faire un tableau de signes des expressions $\sin(x)$ et $2 \cos(x) - 1$.
4. En déduire l'ensemble-solution de (E) sur \mathbf{R} .

Exercice 2 : Une fonction trigonométrique

On définit la fonction f par son expression : $f(t) = \frac{\sin(t)}{1 - \cos(t)}$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1. Déterminer le domaine de définition \mathcal{D} de f .
2. Montrer que f est 2π -périodique, et qu'elle est impaire.
Sur quel intervalle I est-il suffisant d'étudier f ?
3. a) Déterminer l'expression de la dérivée f' .
b) Montrer que : $\forall t \in I, f'(t) = -\frac{1}{1 - \cos(t)}$.
c) En déduire le sens de variations de f sur I
4. Montrer que l'axe des ordonnées est asymptote verticale à \mathcal{C}_f .
5. Montrer que la droite T d'équation $y = \frac{\pi - t}{2}$ est tangente en π à \mathcal{C}_f .
6. Utiliser tous les résultats précédents pour tracer l'allure de \mathcal{C}_f sur $[-2\pi, 2\pi]$.

* * *