

I Logique

1. Vocabulaire
 - assertion, valeur de vérité
 - axiomes, théorie axiomatique
 - théorèmes, propositions, propriétés, lemmes, corollaires, conséquences
 - conjecture
2. Opérations sur les assertions (\rightarrow *Annexe*)
 - Négation
 - Disjonction
 - Conjonction
 - Implication
 - Équivalence
3. Propriétés des opérations (\rightarrow *Annexe*)
4. Quantificateurs

II Ensembles mathématiques

1. Définitions, notations
2. Cardinal d'un ensemble fini
3. Inclusion, égalité d'ensembles
4. Opérations sur les parties d'un ensemble
 - complémentaire
 - union (réunion)
 - intersection
 - différence
5. Propriétés des opérations (\rightarrow *Annexe*)
6. Ensemble des parties d'un ensemble
7. Partition d'un ensemble
8. Produit cartésien

III Différents types de raisonnement

1. Par disjonction de cas
2. Par contraposition
3. Par l'absurde
4. Par récurrence
5. Par analyse-synthèse

Annexes

1.2 Opérations sur les assertions

NÉGATION	DISJONCTION (OU)	CONJONCTION (ET)	IMPLICATION	ÉQUIVALENCE																																																																		
<table border="1"> <tr><th>A</th><th>\bar{A}</th></tr> <tr><td>V</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>V</td></tr> </table>	A	\bar{A}	V	F	F	V	<table border="1"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \vee B$</th></tr> <tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr> <tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr> <tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr> </table>	A	B	$A \vee B$	V	V	V	V	F	V	F	V	V	F	F	F	<table border="1"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \wedge B$</th></tr> <tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr> <tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr> </table>	A	B	$A \wedge B$	V	V	V	V	F	F	F	V	F	F	F	F	<table border="1"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \Rightarrow B$</th></tr> <tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr> <tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr> </table>	A	B	$A \Rightarrow B$	V	V	V	V	F	F	F	V	V	F	F	V	<table border="1"> <tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \Leftrightarrow B$</th></tr> <tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr> <tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr> </table>	A	B	$A \Leftrightarrow B$	V	V	V	V	F	F	F	V	F	F	F	V
A	\bar{A}																																																																					
V	F																																																																					
F	V																																																																					
A	B	$A \vee B$																																																																				
V	V	V																																																																				
V	F	V																																																																				
F	V	V																																																																				
F	F	F																																																																				
A	B	$A \wedge B$																																																																				
V	V	V																																																																				
V	F	F																																																																				
F	V	F																																																																				
F	F	F																																																																				
A	B	$A \Rightarrow B$																																																																				
V	V	V																																																																				
V	F	F																																																																				
F	V	V																																																																				
F	F	V																																																																				
A	B	$A \Leftrightarrow B$																																																																				
V	V	V																																																																				
V	F	F																																																																				
F	V	F																																																																				
F	F	V																																																																				

1.3 Propriétés des opérations sur les assertions

Idempotence :

$$(A \vee A) \Leftrightarrow A$$

$$(A \wedge A) \Leftrightarrow A$$

$$\overline{\overline{A}} \Leftrightarrow A$$

Commutativité :

$$(A \vee B) \Leftrightarrow (B \vee A)$$

$$(A \wedge B) \Leftrightarrow (B \wedge A)$$

$$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (B \Leftrightarrow A)$$

Associativité :

$$(A \vee (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \vee B) \vee C)$$

$$\text{On note : } A \vee B \vee C.$$

$$(A \wedge (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \wedge C)$$

$$\text{On note : } A \wedge B \wedge C.$$

Distributivité :

$$(A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$$

$$(A \vee (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$$

Transitivité :

$$((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

$$\text{On note : } A \Rightarrow B \Rightarrow C.$$

Opérations sur les négations :

$$A \vee \bar{A} \text{ est vraie.}$$

$$(\text{Principe du tiers exclu})$$

$$\overline{A \wedge B} \Leftrightarrow (\bar{A} \vee \bar{B})$$

$$\overline{A \vee B} \Leftrightarrow (\bar{A} \wedge \bar{B})$$

$$(\text{Lois de De Morgan})$$

$$\overline{A \Rightarrow B} \Leftrightarrow (A \wedge \bar{B})$$

$$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{A} \Leftrightarrow \bar{B})$$

$$\text{Contraposée : } (A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow \bar{A})$$

2.5 Propriétés des opérations sur les ensembles

A, B et C sont trois parties d'un ensemble E .

Idempotence :

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Commutativité :

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A = B \Leftrightarrow B = A$$

Associativité :

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C.$$

$$\text{On note : } A \cup B \cup C.$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C.$$

$$\text{On note : } A \cap B \cap C.$$

Distributivité :

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Transitivité :

$$(A \subset B) \wedge (B \subset C) \Rightarrow A \subset C$$

$$\text{On note : } A \subset B \subset C.$$

Opérations sur les complémentaires :

$$A \cup \bar{A} = E$$

$$A \subset B \Leftrightarrow \bar{B} \subset \bar{A}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$(\text{Lois de De Morgan})$$

$$A \setminus B = A \cap \bar{B}$$

$$(A = B) \Leftrightarrow (\bar{A} = \bar{B})$$