

Programme de colles
Semaine 5 du 14/10 au 18/10/2024

Chapitre 4 : Logique, ensembles

- Assertions, valeur de vérité, table de vérité.
- Opérations sur les assertions : négation, et ($\wedge$), ou ($\vee$), implication ($\Rightarrow$), équivalence ($\Leftrightarrow$).
- Quantificateurs : universel, existentiel, d'unicité.
- Cardinal d'un ensemble fini.
- Parties (sous-ensembles) d'un ensemble, ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties de E .
- Opérations sur les sous-ensembles : complémentaire, intersection, union, inclusion, égalité.
- Produit cartésien d'ensembles.
- Raisonnements par : disjonction de cas, contraposée, l'absurde, récurrence, analyse-synthèse.

Remarque : les notions de ce chapitre sont transversales et doivent progressivement être maîtrisées par les étudiants. On ne proposera pas d'exercice ayant ce chapitre pour unique thème.

Chapitre 5 : Sommes, produits

- Notations des sommes et des produits, indices.
- Techniques de changement d'indices.
- Sommes usuelles : $\sum \lambda$, $\sum k$, $\sum k^2$, $\sum q^k$.
- Propriété des sommes : linéarité, associativité, télescopes, respect de la relation d'ordre.
- Produits usuels : $\prod \lambda$, $\prod k$, fonction factorielle.
- Propriétés des produits : associativité, commutativité, respect de la relation d'ordre sur $\mathbf{R}_+^*$.
- Coefficients binomiaux : définition, valeurs de $\binom{n}{0}$, $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$.
- Propriétés : symétrie, formule de Pascal, lemme du pion.
- Binôme de Newton.
- Sommes doubles : rectangulaires, triangulaires. Inversion des symboles de sommation.

Liste des questions de cours :

1. **Exercice-type** : Écrire en français : $\forall x \in \mathbf{R}, \exists y \in \mathbf{R}, x + y > 0$.
Écrire en langage symbolique le contraire de cette assertion.
L'examineur pourra choisir une autre assertion.
2. **Exercice-type** : Démontrer par récurrence que : $\forall n \geq 1, \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$.
3. Formules des sommes usuelles : ($\lambda \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{N}, q \in \mathbf{R}$),

$$\sum_{k=1}^n \lambda \quad ; \quad \sum_{k=1}^n k \quad ; \quad \sum_{k=1}^n k^2 \quad ; \quad \sum_{k=0}^n q^k \quad (\text{deux cas à distinguer})$$
4. Définir le coefficient binomial $\binom{n}{k}$, et énoncer la formule de Pascal.
5. Pour $(a, b) \in \mathbf{R}^2$ et $n \in \mathbf{N}$, développer : $(a + b)^n$.
6. **Exercice-type** : Exprimer en fonction des entiers p, n ($p \leq n$) la somme : $\sum_{k=p}^n (2k^2 - 3k + 1)$.

Informatique (en langage *Python*) :

1. Déclaration d'une variable : affectation (=).
2. Importations à partir du module `numpy`.
3. Syntaxe de définition d'une fonction. Mots clés : `def`, `return`.
4. Booléens `True`, `False`.
5. Tests (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`).
6. Instructions conditionnelles (`if`, `elif`, `else`).
7. Boucles `for` ou `while`. Utilisation de la fonction `range`.
Applications : calculs de sommes ou de produits, calcul du terme général d'une suite récurrente.
8. **Listes, chaînes de caractères et tuples. Indexation, extraction, concaténation.**
Fonction `len` (*longueur*), **méthode** `append` (*pour les listes*).

Exemples de questions pouvant être posées par l'examineur :

- * Écrire une fonction d'argument n renvoyant la liste $[1^3, 2^3, 3^3, \dots, n^3]$.
- * Écrire une fonction d'arguments une liste L et un flottant positif M , et renvoyant le nombre d'éléments de L compris entre $-M$ et M .

Bon courage à tous !