

Programme de colles
Semaine 6 du 4/11 au 8/11/2024

Chapitre 5 : Sommes, produits

- Notations des sommes et des produits, indices.
- Techniques de changement d'indices.
- Sommes usuelles : $\sum \lambda$, $\sum k$, $\sum k^2$, $\sum q^k$.
- Propriété des sommes : linéarité, associativité, télescopes, respect de la relation d'ordre.
- Produits usuels : $\prod \lambda$, $\prod k$, fonction factorielle.
- Propriétés des produits : associativité, commutativité, respect de la relation d'ordre sur $\mathbf{R}_+^*$.
- Coefficients binomiaux : définition, valeurs de $\binom{n}{0}$, $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$.
- Propriétés : symétrie, formule de Pascal, lemme du pion.
- Binôme de Newton.
- Sommes doubles : rectangulaires, triangulaires. Inversion des symboles de sommation.

Chapitre 6 : Nombres complexes (le début)

- Forme algébrique, partie réelle, partie imaginaire.
- Forme trigonométrique, module, arguments, argument principal.
Notation d'Euler (forme exponentielle).
- Conjugué, module, et leurs propriétés. Interprétations géométriques.
- Formules d'Euler et de Moivre.
- Liens entre forme algébrique et forme trigonométrique.
- Résolution dans $\mathbf{C}$ d'équations du second degré à coefficients réels.
- Résolution d'un système "somme-produit".

Liste des questions de cours :

1. Formules des sommes usuelles : ($\lambda \in \mathbf{R}$, $n \in \mathbf{N}$, $q \in \mathbf{R}$),

$$\sum_{k=1}^n \lambda \quad ; \quad \sum_{k=1}^n k \quad ; \quad \sum_{k=1}^n k^2 \quad ; \quad \sum_{k=0}^n q^k \text{ (deux cas à distinguer)}$$
2. Définir le coefficient binomial $\binom{n}{k}$, et énoncer la formule de Pascal.
3. Pour $(a, b) \in \mathbf{R}^2$ et $n \in \mathbf{N}$, développer : $(a + b)^n$.
4. **Exercice-type** : Exprimer en fonction des entiers p, n ($p \leq n$) la somme : $\sum_{k=p}^n (2k^2 - 3k + 1)$.
5. Conjugué d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance.
6. Module d'un produit, d'un quotient, d'une puissance, d'un conjugué. Inégalité triangulaire.
7. Produit et quotient de deux complexes sous forme exponentielle. Formule de Moivre.
8. Notation d'Euler et formules d'Euler.
9. **Exercice-type** : Résoudre dans $\mathbf{C}$ l'équation $z^2 + 2z + 5 = 0$.

Informatique (en langage *Python*) :

1. Déclaration d'une variable : affectation (=).
2. Importations à partir du module `numpy`.
3. Syntaxe de définition d'une fonction. Mots clés : `def`, `return`.
4. Booléens `True`, `False`.
5. Tests (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`).
6. Instructions conditionnelles (`if`, `elif`, `else`).
7. Boucles `for` ou `while`. Utilisation de la fonction `range`.
Applications : calculs de sommes ou de produits, calcul du terme général d'une suite récurrente.
8. **Listes, chaînes de caractères et tuples. Indexation, extraction, concaténation.**
Fonction `len` (*longueur*), **méthode** `append` (*pour les listes*).

Exemples de questions pouvant être posées par l'examineur :

- * Écrire une fonction d'argument n renvoyant la liste $[1^3, 2^3, 3^3, \dots, n^3]$.
- * Écrire une fonction d'arguments une liste L et un flottant positif M , et renvoyant le nombre d'éléments de L compris entre $-M$ et M .

Bonnes vacances à tous !