

**Programme de colles**  
**Semaine 8 du 18/11 au 22/11/2024**

On reprend le même programme que la semaine dernière

**Chapitre 6 : Nombres complexes**

- Forme algébrique, partie réelle, partie imaginaire.
- Forme trigonométrique, module, arguments, argument principal.  
Notation d'Euler (forme exponentielle).
- Conjugué, module, et leurs propriétés. Interprétations géométriques.
- Formules d'Euler et de Moivre.
- Liens entre forme algébrique et forme trigonométrique.
- Résolution dans  $\mathbf{C}$  d'équations du second degré à coefficients réels.
- Relations coefficients-racines. Résolution d'un système "somme-produit".
- Résolution dans  $\mathbf{C}$  d'une équation  $z^n = a$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ), où  $a \in \mathbf{C}$  est donné sous forme exponentielle.
- Expression de  $\cos(n\theta)$  ou  $\sin(n\theta)$  en fonction de  $\cos(\theta)$  et  $\sin(\theta)$ .
- Linéarisation de produits ou puissances de *cosinus* et *sinus*.
- Formule de Fresnel et application à la résolution d'(in)équations trigonométriques.
- Technique de l'angle moitié et application aux calculs de sommes trigonométriques.

**Liste des questions de cours :**

1. Conjugué d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance.
2. Module d'un produit, d'un quotient, d'une puissance, d'un conjugué. Inégalité triangulaire.
3. Produit et quotient de deux complexes sous forme exponentielle. Formule de Moivre.
4. Notation d'Euler et formules d'Euler.
5. **Exercice-type** : Résoudre dans  $\mathbf{C}$  l'équation  $z^2 + 2z + 5 = 0$ .
6. **Exercice-type** : Résoudre dans  $\mathbf{C}$  l'équation  $z^3 = 1 + i$ .
7. **Exercice-type** : Exprimer  $\cos(3x)$  en fonction de  $\cos(x)$  uniquement.
8. **Exercice-type** : Linéariser  $\cos^2(x) \sin(2x)$ .

**Chapitre 7 : Systèmes d'équations linéaires (seulement le début)**

Théorie

- Définition d'un système d'équations linéaires, taille (ou dimensions) du système. Système carré. Notation matricielle.
- Coefficients principaux, second membre, système homogène.
- Système compatible, incompatible.
- Système triangulaire, système échelonné. Pivots d'un système échelonné.
- Opérations élémentaires sur les lignes.
- Rang d'un système, inconnues principales, variables auxiliaires (libres).
- Déterminant d'un système carré de taille 2.

Pratique

- Résolution d'un système linéaire par l'algorithme du pivot de Gauss.
- Technique d'échange de colonnes : renommer les inconnues.
- **non exigible** : Application du pivot de Gauss "en place" (sans échange de lignes ni de colonnes).
- Écriture de l'ensemble-solution pour un système incompatible, pour un système admettant un unique p-uplet solution, pour un système admettant une infinité de solutions.
- Résolution de systèmes à paramètres dans le second membre.  
Expression des conditions de compatibilité.

- Résolution de systèmes à paramètres dans les coefficients principaux. Étude par disjonction de cas. Le cas échéant, expression des solutions en fonction des paramètres.

**Liste des questions de cours :**

1. Définition d'un système linéaire homogène, d'un système compatible.  
Que dire d'un système linéaire homogène ?
2. Énoncé des 3 opérations élémentaires sur les lignes d'un système linéaire.
3. Définition d'un *pivot* d'un système échelonné, et du *rang* d'un tel système.
4. Définition d'un système *de Cramer*. Combien de solutions possède-t-il ?
5. Soit un système linéaire de  $n$  équations à  $p$  inconnues, et de rang  $r$ .  
Relations entre  $r$  et  $n$ , et entre  $r$  et  $p$ .  
Expression en fonction de  $n, r, p$  du nombre d'équations auxiliaires, et du nombre de variables libres.

**Informatique (en langage *Python*) :**

1. Déclaration d'une variable : affectation (=)
2. Importations à partir du module `math`.
3. Syntaxe de définition d'une fonction.
4. Boucle `for` ou `while`. Applications aux calculs de sommes ou de produits.
5. Booléens `True`, `False`, comparaisons (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`), tests.
6. Listes, chaînes de caractères et tuples. Indexation, extraction, concaténation.

Mots clés à connaître : `from import as def return for while if elif else`

Fonctions à connaître : `range len append`

*Bon courage à tous !*