I Suites arithmétiques

1. Définition ($\rightarrow$ *Annexe*)
2. Terme général ($\rightarrow$ *Annexe*)
3. Somme de termes consécutifs ($\rightarrow$ *Annexe*)
4. Monotonie et comportement asymptotique

II Suites géométriques

1. Définition ($\rightarrow$ *Annexe*)
2. Terme général ($\rightarrow$ *Annexe*)
3. Somme de termes consécutifs ($\rightarrow$ *Annexe*)
4. Monotonie et comportement asymptotique

III Suites arithmético-géométrique

1. Définition, cas triviaux ($\rightarrow$ *Annexe*)
2. Suite auxiliaire géométrique ($\rightarrow$ *Annexe*)
3. Terme général ($\rightarrow$ *Annexe*)
4. Monotonie et comportement asymptotique

IV Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

1. Définition ($\rightarrow$ *Annexe*)
2. Équation caractéristique ($\rightarrow$ *Annexe*)
3. Terme général ($\rightarrow$ *Annexe*)

Annexes

On note $\mathbf{K}$ l'ensemble $\mathbf{R}$ ou $\mathbf{C}$.

1.1 Suite arithmétique :

Soit $r \in \mathbf{K}$. On appelle **suite arithmétique de raison** r toute suite (u_n) définie par la relation de récurrence : $\forall n \in \mathbf{N},\ u_{n+1} = u_n + r$

1.2 Terme général d'une suite arithmétique : $\forall n \in \mathbf{N},\ u_n = u_0 + nr$

$\forall n, p \in \mathbf{N},\ u_n = u_p + (n-p)r$

1.3 Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique :

Pour $p \leqslant n$, on a : $\displaystyle\sum_{k=p}^{n} u_k = \frac{(u_p + u_n)(n-p+1)}{2} = \text{(nombre de termes)} \times \text{(moyenne des extrêmes)}$

2.1 Suite géométrique :

Soit $q \in \mathbf{K}$. On appelle **suite géométrique de raison** q toute suite (u_n) définie par la relation de récurrence : $\forall n \in \mathbf{N},\ u_{n+1} = q \times u_n$

2.2 Terme général d'une suite géométrique : $\forall n \in \mathbf{N},\ u_n = u_0 \times q^n$

$\forall n, p \in \mathbf{N},\ u_n = u_p \times q^{n-p}$ (si $q \neq 0$ ou $n \geqslant p$)

2.3 Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique :

Pour $p \leqslant n$, on a : $\displaystyle\sum_{k=p}^{n} u_k = \begin{cases} u_p \times \dfrac{1-q^{n-p+1}}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \\ (n-p+1)u_0 & \text{si } q = 1 \end{cases}$

Retenir si $q \neq 1$: $S = \text{(premier terme)} \times \dfrac{1 - \text{raison}^{\text{nombre de termes}}}{1 - \text{raison}}$

3.1 Suite arithmético-géométrique :

Soient $a, b \in \mathbf{K}$. On appelle **suite arithmético-géométrique** toute suite (u_n) définie par la relation de récurrence : $\forall n \in \mathbf{N},\ u_{n+1} = a \times u_n + b$

3.2 Suite auxiliaire : Si $a \neq 1$, soit ℓ l'unique point-fixe de la relation de récurrence : $\ell = a\ell + b$.

Alors la suite (v_n) définie par : $\forall n \in \mathbf{N},\ v_n = u_n - \ell$, est géométrique de raison a.

3.3 Terme général d'une suite arithmético-géométrique : $\forall n \in \mathbf{N},\ u_n = v_n + \ell = (u_0 - \ell)a^n + \ell$

4.1 Suite récurrente linéaire d'ordre 2 à coefficients réels :

Une suite (u_n) vérifie une **relation de récurrence linéaire d'ordre 2** lorsqu'il existe $a, b \in \mathbf{R}$, avec $b \neq 0$, tels que : $\forall n \in \mathbf{N},\ u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$

4.2 Équation caractéristique : $(E) : r^2 = ar + b \Leftrightarrow r^2 - ar - b = 0$ de discriminant $\Delta = a^2 + 4b$.

- si $\Delta > 0$, alors l'équation (E) admet deux solutions réelles r_1 et r_2.
- si $\Delta = 0$, alors l'équation (E) admet une solution-double réelle r_0.
- si $\Delta < 0$, alors l'équation (E) admet deux solutions complexes conjuguées $z = re^{i\theta}$ et $\overline{z} = re^{-i\theta}$.

4.3 Terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 :

- si $\Delta > 0$, $\exists A, B \in \mathbf{R}$, $\forall n \in \mathbf{N},\ u_n = A \times (r_1)^n + B \times (r_2)^n$.
- si $\Delta = 0$, $\exists A, B \in \mathbf{R}$, $\forall n \in \mathbf{N},\ u_n = (An + B) \times (r_0)^n$
- si $\Delta < 0$, $\exists A, B \in \mathbf{R}$, $\forall n \in \mathbf{N},\ u_n = r^n \left(A\cos(n\theta) + B\sin(n\theta)\right)$