

Programme de colles
Semaine 9 du 25/11 au 29/11/2024

Chapitre 7 : Systèmes d'équations linéaires

Théorie

- Définition d'un système d'équations linéaires, taille (ou dimensions) du système. Système carré. Notation matricielle.
- Coefficients principaux, second membre, système homogène.
- Système compatible, incompatible.
- Système triangulaire, système échelonné. Pivots d'un système échelonné.
- Opérations élémentaires sur les lignes.
- Rang d'un système, inconnues principales, variables auxiliaires (libres).
- Déterminant d'un système carré de taille 2.

Pratique

- Résolution d'un système linéaire par l'algorithme du pivot de Gauss.
- Technique d'échange de colonnes : renommer les inconnues.
- **non exigible** : Application du pivot de Gauss "en place" (sans échange de lignes ni de colonnes).
- Écriture de l'ensemble-solution pour un système incompatible, pour un système admettant un unique p -uplet solution, pour un système admettant une infinité de solutions.
- Résolution de systèmes à paramètres dans le second membre. Expression des conditions de compatibilité.
- Résolution de systèmes à paramètres dans les coefficients principaux. Étude par disjonction de cas. Le cas échéant, expression des solutions en fonction des paramètres.

Chapitre 8 : Suites réelles (le début)

- Suites positives (négatives), périodiques, monotones, constantes, majorées (minorées), bornées.
- Suites extraites d'indices pairs ou impairs.
- Convergence, divergence vers $+\infty$ ou vers $-\infty$, unicité de la limite.
- Opérations sur les limites, passage à la limite dans les inégalités.
- Théorème d'encadrement (*des gendarmes*), comparaison à des suites divergentes.
- Nature des suites monotones.
- Suites adjacentes : définition, théorème des suites adjacentes.
- Comparaison de suites : négligeabilité, équivalence.
- Opérations sur les équivalents, deux suites équivalentes sont de même nature.
- Équivalents usuels en 0.

Liste des questions de cours :

1. Définition d'un système linéaire homogène, d'un système compatible.
Que dire d'un système linéaire homogène ?
2. Énoncé des 3 opérations élémentaires sur les lignes d'un système linéaire.
3. Définition d'un *pivot* d'un système échelonné, et du *rang* d'un tel système.
4. Définition d'un système *de Cramer*. Combien de solutions possède-t-il ?
5. Soit un système linéaire de n équations à p inconnues, et de rang r .
Relations entre r et n , et entre r et p .
Expression en fonction de n, r, p du nombre d'équations auxiliaires, et du nombre de variables libres.
6. Donner deux définitions demandées par l'examineur
(suite positive, suite décroissante, suite majorée, suite convergente vers ℓ , ...).
7. Citer le théorème d'encadrement (des gendarmes).
8. Citer les théorèmes de comparaison à des suites divergentes vers $+\infty$ ou $-\infty$.

9. Citer le théorème de convergence monotone.
10. Définir deux suites adjacentes. Citer le théorème des suites adjacentes.

Informatique (en langage *Python*) :

1. Déclaration d'une variable : affectation (=)
2. Importations à partir du module `math`.
3. Syntaxe de définition d'une fonction.
4. Boucle `for` ou `while`. Applications aux calculs de sommes ou de produits.
5. Booléens `True`, `False`, comparaisons (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`), tests.
6. Listes, chaînes de caractères et tuples. Indexation, extraction, concaténation.
7. Modules `matplotlib.pyplot` (`plt`) et `numpy` (`np`) : représentations graphiques.

Mots clés à connaître : `from import as def return for while if elif else`

Fonctions à connaître : `range len append`

Bon courage à tous !