

**Programme de colles**  
**Semaine 21 du 17/03 au 21/03/2024**

*On reprend le même programme que la semaine dernière*

**Chapitre 16 : Géométrie**

- Vecteur du plan et de l'espace, base, opérations
- Produit scalaire, définitions, propriétés.
- Droites du plan, représentation paramétrique, équation cartésienne, distance d'un point à une droite.
- Cercles du plan.
- Plans de l'espace, équation cartésienne, représentation paramétrique.
- Droites de l'espace, positions relatives, système d'équations cartésiennes, représentation paramétrique.

**Chapitre 17 : Espaces vectoriels**

- Structure d'espace vectoriel de  $\mathbf{R}^n$  ou  $\mathbf{C}^n$ , règles de calcul.
- Sous-espace vectoriels : parties contenant le vecteur nul et stables par combinaisons linéaires.
- Combinaisons linéaires de vecteurs, sous-espace vectoriel engendré. Notation Vect.
- Une intersection de s-ev est un s-ev.  
 Une partie de  $\mathbf{K}^n$  définie par une ou des équations linéaires homogènes est un s-ev.
- Famille libre ou liée, famille génératrice de  $\mathbf{K}^n$  ou d'un sous-espace vectoriel.
- Bases d'un espace ou sous-espace vectoriel, coordonnées dans une base.
- Dimension d'un espace ou sous-espace vectoriel possédant une base finie.
- Rang ( $r$ ) d'une famille de vecteurs de cardinal  $p$  dans un e-v de dimension  $n$ .  
 Liens entre  $r, p, n$ . Caractérisation des familles libres ( $r = p$ ) ou génératrices ( $r = n$ ).
- Matrice d'un vecteur ou d'une famille de vecteurs dans une base.  
 Le rang d'une famille de vecteurs est le rang de sa matrice associée, dans n'importe quelle base.
- Une famille de vecteurs est une base si et seulement sa matrice associée (dans une base quelconque) est inversible.
- Matrice de passage entre deux bases, formule de changement de base.

**Liste des questions de cours :**

1. Equation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre
2. Donner les positions relatives de deux droites de l'espace
3. Que dire de l'intersection de deux sous-espaces vectoriels ?
4. Que signifie :  $\mathcal{F}$  est une famille libre (*resp* : génératrice, base) d'un espace vectoriel ?
5. Dans un espace vectoriel de dimension finie  $n$ ,  $\mathcal{F}$  est une famille libre (*resp* : génératrice) de cardinal  $p$ . Comparer alors  $n$  et  $p$ . Que dire en cas d'égalité ?

*Remarque : les exercices portant sur des espaces vectoriels autres que  $\mathbf{K}^n$  devront rester de difficulté modeste ou être fortement guidés.*

**Informatique (en langage Python) :**

1. Déclaration d'une variable : affectation (=)
2. Importations à partir du module `math`.
3. Syntaxe de définition d'une fonction.
4. Boucle `for` ou `while`. Applications aux calculs de sommes ou de produits.
5. Booléens `True`, `False`, comparaisons (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`), tests.
6. Listes, chaînes de caractères et tuples. Indexation, extraction, concaténation.
7. Modules `matplotlib.pyplot` (`plt`) et `numpy` (`np`) : représentations graphiques.
8. Fonctions récursives : cas de base, appel récursif.
9. Simulation du hasard : le module `random` (`rd`).

Mots clés à connaître : `from import as def return for while if elif else`

Fonctions à connaître : `range len append np.linspace plt.plot plt.show rd.random rd.randint rd.choice`

*Bon courage à tous !*