Semaine n°1 du 18 septembre au 22 septembre

Calculs

- Simplification de fraction.
- Simplification de puissance
- Racine carré
- Développer factoriser
- Résolution d'équation et inéquation.

Logique et ensembles

- Proposition ou assertion : définition, exemples.
- opérateurs : NON, ET, OU, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$.
- Négation du ET ou du OU :

$$\text{Non}(P \text{ et } Q) \Leftrightarrow \text{Non}(P) \text{ ou } \text{Non}(Q)$$

$$\text{Non}(P \text{ ou } Q) \Leftrightarrow \text{Non}(P) \text{ et } \text{Non}(Q)$$

- Distributivité :

$$(P \text{ ou } Q) \text{ et } R \Leftrightarrow (P \text{ et } R) \text{ ou } (Q \text{ et } R)$$

$$(P \text{ et } Q) \text{ ou } R \Leftrightarrow (P \text{ ou } R) \text{ et } (Q \text{ ou } R)$$

- Ensembles : notations $\varnothing$, $\in$, $\subset$, $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$.
- Méthode de démonstration pour montrer qu'un ensemble est inclus dans un autre, ou que deux ensembles sont égaux.
- Parties d'un ensemble, notation $\mathcal{P}(E)$.
- Opérations sur les ensembles : union et intersection (associative, commutative, distributivité (Démonstration exigible)), complémentaire, lois de De Morgan (Démonstration exigible).
- Produit cartésien : définition.
- Quantificateurs : $\forall, \exists, \exists!$, négation des quantificateurs.
- Différents types de démonstration :
  - Raisonnement direct
  - Raisonnement par contraposée
  - Raisonnement par disjonction de cas
  - Raisonnement par l'absurde
  - Utilisation d'un contre exemple
  - Récurrence simple (le symbole Σ n'est pas maitrisé), récurrence à deux pas, récurrence forte.

Nombres réels

- Définitions : intervalles de $\mathbb{R}$, segment, majorant, minorant, plus grand et plus petit élément, borne supérieure et borne inférieure d'une partie de $\mathbb{R}$.
- Valeur absolue d'un nombre réel : définition et propriétés ($|x| = \alpha, |x| \leq \alpha, |x| \geq \alpha, |xy|$, $\frac{|x|}{|y|}$, inégalités triangulaires)

Remarques aux colleurs

- Veillez à ce que les récurrences soit particulièrement bien rédigées (cf exemple en annexe).
- Les élèves ont des difficultés en calcul. Pouvez vous mettre 2 questions rapides de calculs avant les questions de cours ? (cf exemple en annexe).

Exemple exercice calcul

Exercice:
Donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

1. $\frac{3}{2}+\frac{5}{6}$
2. $\frac{5}{35}+\frac{9}{63}$.
3. $\frac{3}{16}+\frac{5}{24}$
4. $\frac{\left(\frac{45}{21}\right)}{\left(\frac{36}{56}\right)}$
5. $\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{6}\right)\times\frac{2}{3}$
6. $\frac{\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{6}\right)}{\frac{3}{5}}$
7. $\frac{4}{3}-\frac{1}{4}\left(5-\frac{3}{2}\right)$
8. $\frac{7+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}{7-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}$
9. $\frac{\frac{2}{5}-\frac{4}{3}\times\frac{5}{7}}{\left(\frac{2}{5}-\frac{4}{3}\right)\times\frac{5}{7}}$
10. $\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{5}{8}$
11. $\frac{2}{7}-\frac{1}{7}\times\frac{8}{3}$
12. $\frac{9}{7}\left(\frac{5}{54}+\frac{7}{54}\right)$
13. $\frac{-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}}$
14. $\frac{-\frac{4}{3}-\frac{5}{6}}{\frac{1}{6}-\frac{2}{3}}$
15. $\frac{2}{7}\times\frac{21}{4}\times\frac{3}{5}\times\frac{25}{3}$
16. $\frac{63}{5}\times\frac{56}{3}\times\frac{15}{7}\times\frac{2}{9}$

Exercice:
Simplifier au maximum (ne pas utiliser la calculatrice et laissez au format exposant) :

1. $7^6\times7^8$
2. $4^{11}\times5^{11}$
3. $3^4\times3^{-8}$
4. $5^3\times7^{-3}$
5. $\left(4^{-5}\right)^{-3}$
6. $(-\pi)^3\times(2\pi)^5$
7. $\left(\frac{3}{8}\right)^4\times\left(\frac{9}{4}\right)^{-3}$
8. $\frac{(4^3\times5^2)^3}{(2^2\times10^3)^5}$
9. $\frac{1}{\left(\frac{5}{4}\right)^4}$
10. $\frac{\left(\frac{5}{6}\right)^3}{\left(\frac{3}{5}\right)^4}$
11. $\frac{(-3)^4\times(-5)^3}{25^2\times(-3)^{-7}}$
12. $\frac{-3^4\times63^5}{(-9)^4\times7^7}$

Exercice:
Résoudre :

1. $-\frac{1}{2}x-\frac{5}{3}=0$
2. $5x+2=-2x+3$
3. $\frac{2x+1}{3}-\frac{x-1}{5}=\frac{7x-2}{15}$
4. $\frac{3x+1}{x+2}=\frac{2}{3}$
5. $\frac{6x+7}{4x-1}=\frac{3x+5}{2x-6}$
6. $(4x+3)(2x-1)(-7x+3)=0$
7. $(x-3)(x-1)-(x-2)^2=5x-11$
8. $5x^3+2x^2=0$
9. $4x^5+3x^4=0$
10. $\frac{x+3}{2}-\frac{x-1}{3}=\frac{x+5}{6}+1$

Exemple de rédaction pour une récurrence

Montrons par récurrence que $\forall n\in\mathbb{N}^*$, "$2^n>n$".
Pour $n\in\mathbb{N}$, on note $\mathcal{R}(n)$ la propriété : "$2^n>n$".

Initialisation pour $n=1$:
$2^1=2$ et on a bien $2>1$ donc $\mathcal{R}(1)$ est vraie.

Hérédité :
Soit $n\in\mathbb{N}^*$ fixé.
On suppose que $\mathcal{R}(n)$ est vraie, montrons que $\mathcal{R}(n+1)$ est vraie.
D'après l'hypothèse de récurrence, on sait que $2^n>n$
Or $2^n>n\Rightarrow 2\times2^n>2n\Rightarrow 2^{n+1}>n+n$
Or $n\geq1$, on en déduit donc :
$2^{n+1}>n+1$
On a montré que $\mathcal{R}(n+1)$ est vraie

Conclusion : D'après le principe de récurrence (ou par récurrence), on a montrer que

$$\forall n\in\mathbb{N}^*, 2^n>n.$$