

Semaine n°10 du 04 décembre au 08 décembre

Informatique(Python) : cf exemples en annexe

- Boucle `while` + Compteur.
- Fonction récursive
- Boucle `for`. Attention : Pas encore de calcul de somme.

Méthodes de calcul : sommes et produits

- Notation \sum : définition, linéarité, Chasles, changement d'indice.
- Sommes télescopiques.

- Sommes classiques à connaître (démonstration exigible) :

- $\sum_{k=1}^n 1 = n, \quad \sum_{k=0}^n 1 = n + 1, \quad \sum_{k=i}^j 1 = j - i + 1, \quad \sum_{k=i}^j a = (j - i + 1)a$ où $a \in \mathbb{C}$
- $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- $\forall q \in \mathbb{C}, q \neq 1, \quad \sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ et de manière générale $\sum_{k=i}^j q^k = q^i \frac{1 - q^{j-i+1}}{1 - q}$

- Sommes doubles du type $\sum_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n}} a_{ij}$ et $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} a_{ij}$.

- Produits : définition, notation \prod , propriétés, $\prod_{k=i}^j c$ où $c \in \mathbb{C}$

- Coefficients binomiaux :

- Factorielle
- Définition $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ pour $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$
- Formules : $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}$, symétrie $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$, formule "sans nom" $\binom{n+1}{k+1} = \frac{n+1}{k+1} \binom{n}{k}$ (démonstration exigible)
- Triangle de Pascal (démonstration exigible)
- Binôme de Newton

Nombres complexes

- Forme algébrique d'un nombre complexe, somme, produit, partie réelle et imaginaire, représentation géométrique.
- Conjugué : définition, interprétation géométrique, propriétés, caractérisation des nombres réels et des nombres imaginaires purs avec le conjugué.
- Module ($|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$), expression avec le conjugué ($|z| = \sqrt{z\bar{z}}$), interprétation géométrique, propriétés
- Inégalités triangulaires :
 - $\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2, \quad |z + z'| \leq |z| + |z'|$
 - $\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2, \quad ||z| - |z'|| \leq |z - z'|$
- Notation $e^{i\theta}$, propriétés $e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$ et $\frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta-\theta')}$, formule de Moivre, formules d'Euler.
- Linéarisation d'expressions trigonométriques.
- Argument d'un nombre complexe non nul, mise sous forme exponentielle d'un nombre complexe (technique de l'angle moitié), égalité de deux complexes sous forme exponentielle :

$$\forall (r, r', \theta, \theta') \in (\mathbb{R}_+^*)^2 \times \mathbb{R}^2, \quad r e^{i\theta} = r' e^{i\theta'} \iff \begin{cases} r = r' \\ \theta \equiv \theta' [2\pi] \end{cases}$$

Remarques aux colleurs

- Merci aussi de poser une petite question d'informatique (cf Annexe).
- La notion de nombre complexe est nouvelle pour beaucoup de nos élèves.

Exemples de programmes informatiques

Exercice 1

Réaliser une fonction `DepasseValeur` prenant en paramètre un entier naturel M et renvoyant le plus petit entier naturel n tel que $2^n > M$.

```
def DepasseValeur(M):
    n=0 #initialisation du compteur
    while (2**n <=M):
        n=n+1 #incrementation du compteur
    return n
```

Exercice 2

On veut créer le programme suivant : l'ordinateur choisit un nombre entier au hasard entre 1 et 100 puis demande à l'utilisateur de rentrer des nombres entiers jusqu'à deviner le nombre choisi par l'ordinateur. A chaque tentative ratée de l'utilisateur, l'ordinateur indique si le nombre proposé est trop grand ou trop petit par rapport au nombre cherché.

```
from random import *
nb=randint(1,100)
tentative=0 #valeur fausse pour pouvoir rentrer dans la boucle
while (tentative != nb):
    tentative=eval(input("donner un nombre entier entre 1 et 100 : "))
    if tentative < nb:
        print("le nombre proposé est trop petit.")
    elif tentative > nb:
        print("le nombre proposé est trop grand.")
    else:
        print("Gagné!")
```

Exercice 3

Créer un script qui demande à l'utilisateur de donner le mot de passe du labo de bio ("cellule"). L'utilisateur a le droit à trois tentatives maximum.

```
mdp="cellule"
proposition='' #valeur fausse pour pouvoir rentrer dans la boucle
nbessai = 0 #initialisation du compteur
while (proposition != mdp) and (nbessai <3):
    proposition=input("donner le mot de passe : ")
    nbessai = nbessai + 1 #incrementation du compteur
if (proposition ==mdp):
    print("bienvenu au labo de bio")
else:
    print("nombre de tentatives dépassé")
```

Exercice 4

Créer une fonction récursive `factorielle` qui prend en entrée un entier naturel n et renvoie le résultat de $n!$.

```
def factorielle(n):
    if n==0:
        return 1
    else :
        return n*factorielle(n-1)
```

Exercice 5

Créer une fonction récursive `suite` qui prend en entrée un entier naturel `n` et renvoie la valeur de u_n où (u_n) est la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 3u_n + 2 \end{cases}$$

```
def suite(n):  
    if n==0:  
        return 1/2  
    else :  
        return 3*suite(n-1) +2
```