

Exemple-Interrogation écrite 22

1. Calculer la limite $\ell = \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^{x^2} - 1) \ln(x)$.

2. Soient E et F deux espaces vectoriels et $f : E \longrightarrow F$ une application.

(a) Définir « f est linéaire ».

(b) Si f est linéaire, définir le noyau de f .

(c) Si f est linéaire, définir l'image de f .

3. On considère l'application linéaire $f : \begin{cases} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ (x, y) & \longmapsto & (x + y, 2x + y, x - 3y) \end{cases}$

(a) Montrer que $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$.

(b) Déterminer le noyau $\text{Ker}(f)$ de f .

(c) Que peut-on en déduire ?

(d) Déterminer l'image $\text{Im}(f)$ de f .

(e) Que peut-on en déduire ?