

Nom :

Prénom :

# Interrogation écrite 23

1. Soit  $f$  l'endomorphisme de  $\mathbb{R}^3$  dont la matrice qui lui est canoniquement associée est  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ .

(a) Déterminer l'expression analytique de  $f$ .

(b) Démontrer que  $f$  est un automorphisme de  $\mathbb{R}^3$ .

(c) On considère les vecteurs  $u = (1, 1, 2)$ ,  $v = (1, 0, 1)$  et  $w = (0, -1, 0)$  de  $\mathbb{R}^3$ . Montrer que  $(u, v, w)$  est une base de  $\mathbb{R}^3$ .

(d) Déterminer la matrice de  $f$  si on munit l'espace de départ et d'arrivée de la base  $(u, v, w)$ .

2. Soit  $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x-1}{2-x}}$ . Déterminer le domaine de définition  $\mathcal{D}$  de  $f$  puis étudier la continuité de  $f$  sur  $\mathcal{D}$ .

3. Soit  $f : x \mapsto \begin{cases} \frac{\ln(1+\sqrt{x})}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$ . La fonction  $f$  est-elle continue en 0? *Justifier.*