Semaine n°1 du 16 septembre au 20 septembre

Calculs

- Simplification de fraction.
- Racine carré
- Développer factoriser
- Résolution d'équation et inéquation.

Logique et ensembles

- Proposition ou assertion : définition, exemples.
- opérateurs : NON, ET, OU, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$.
- Négation du ET ou du OU :

$$\text{Non}(P \text{ et } Q) \Leftrightarrow \text{Non}(P) \text{ ou } \text{Non}(Q)$$

$$\text{Non}(P \text{ ou } Q) \Leftrightarrow \text{Non}(P) \text{ et } \text{Non}(Q)$$

- Distributivité :

$$(P \text{ ou } Q) \text{ et } R \Leftrightarrow (P \text{ et } R) \text{ ou } (Q \text{ et } R)$$
$$(P \text{ et } Q) \text{ ou } R \Leftrightarrow (P \text{ ou } R) \text{ et } (Q \text{ ou } R)$$

- Ensembles : notations $\varnothing$, $\in$, $\subset$, $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$.
- Méthode de démonstration pour montrer qu'un ensemble est inclus dans un autre, ou que deux ensembles sont égaux.
- Parties d'un ensemble, notation $\mathcal{P}(E)$.
- Opérations sur les ensembles : union et intersection (associative, commutative, distributivité complémentaire, lois de De Morgan (Démonstration exigible).
- Produit cartésien : définition.
- Quantificateurs : $\forall, \exists, \exists!$, négation des quantificateurs.
- Différents types de démonstration :
  - Raisonnement direct
  - Raisonnement par contraposée
  - Raisonnement par disjonction de cas
  - Raisonnement par l'absurde
  - Utilisation d'un contre exemple
  - Récurrence simple (le symbole Σ n'est pas maitrisé),

Nombres réels

- Définitions : intervalles de $\mathbb{R}$, majorant, minorant,

Remarques aux colleurs

- Veillez à ce que les récurrences soit particulièrement bien rédigées (cf exemple en annexe).
- Les récurrences à deux pas ne sont pas au programme de cette semaine.
- Pouvez vous mettre 2 questions rapides de calculs avant les questions de cours ? (cf exemple en annexe). Il n'y a pas encore eu de séances de calculs sur les puissances.

Exemple exercice calcul

Exercice:
Donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

1. $\frac{3}{2}+\frac{5}{6}$
2. $\frac{5}{35}+\frac{9}{63}$.
3. $\frac{3}{16}+\frac{5}{24}$
4. $\frac{\left(\frac{45}{21}\right)}{\left(\frac{36}{56}\right)}$
5. $\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{6}\right)\times\frac{2}{3}$
6. $\frac{\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{6}\right)}{\frac{3}{5}}$
7. $\frac{4}{3}-\frac{1}{4}\left(5-\frac{3}{2}\right)$
8. $\frac{7+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}{7-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}$
9. $\frac{\frac{2}{5}-\frac{4}{3}\times\frac{5}{7}}{\left(\frac{2}{5}-\frac{4}{3}\right)\times\frac{5}{7}}$
10. $\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{5}{8}$
11. $\frac{2}{7}-\frac{1}{7}\times\frac{8}{3}$
12. $\frac{9}{7}\left(\frac{5}{54}+\frac{7}{54}\right)$
13. $\frac{-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}}$
14. $\frac{-\frac{4}{3}-\frac{5}{6}}{\frac{1}{6}-\frac{2}{3}}$
15. $\frac{2}{7}\times\frac{21}{4}\times\frac{3}{5}\times\frac{25}{3}$
16. $\frac{63}{5}\times\frac{56}{3}\times\frac{15}{7}\times\frac{2}{9}$

Exercice:
Résoudre :

1. $-\frac{1}{2}x-\frac{5}{3}=0$
2. $5x+2=-2x+3$
3. $\frac{2x+1}{3}-\frac{x-1}{5}=\frac{7x-2}{15}$

Exemple de rédaction pour une récurrence

Montrons par récurrence que $\forall n\in\mathbb{N}^*$, "$2^n>n$".
Pour $n\in\mathbb{N}^*$, on note $\mathcal{R}(n)$ la propriété : "$2^n>n$".

<u>Initialisation pour $n=1$:</u>
$2^1=2$ et on a bien $2>1$ donc $\mathcal{R}(1)$ est vraie.

<u>Hérédité :</u>
Soit $n\in\mathbb{N}^*$ fixé.
On suppose que $\mathcal{R}(n)$ est vraie, montrons que $\mathcal{R}(n+1)$ est vraie.
D'après l'hypothèse de récurrence, on sait que $2^n>n$
Or $2^n>n\Rightarrow 2\times 2^n>2n\Rightarrow 2^{n+1}>n+n$
Or $n\geq 1$, on en déduit donc :
$2^{n+1}>n+1$
On a montré que $\mathcal{R}(n+1)$ est vraie

<u>Conclusion :</u> D'après le principe de récurrence (ou par récurrence), on a montrer que

$$\forall n\in\mathbb{N}^*, 2^n>n.$$