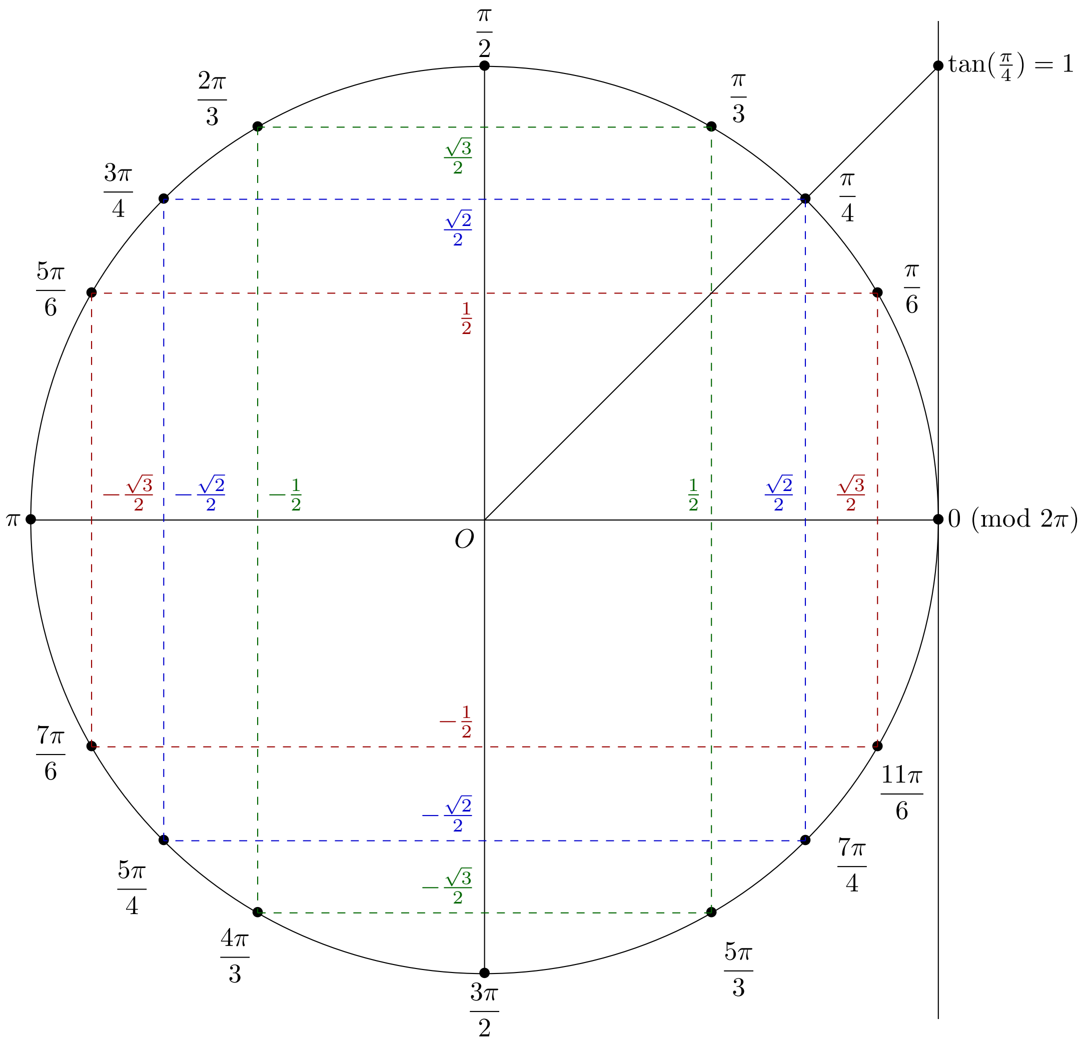
Formulaire de trigonométrie

Tout point M du cercle trigonométrique (c'est-à-dire du cercle de centre O et de rayon 1) peut être repéré par un couple de coordonnées $(\cos(\theta), \sin(\theta))$, où cos et sin désignent respectivement les fonctions cosinus et sinus et l'angle θ est défini de manière unique, à un multiple de 2π près.

Le cercle trigonométrique : valeurs particulières



Angle θ	**0**	$\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$
cos(θ)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin(θ)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tan(θ)	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Non défini

Liens entre les fonctions cosinus et sinus

Une simple lecture du cercle trigonométrique permet de retrouver facilement les relations suivantes valables pour tout nombre réel θ, sauf mention contraire.

Formule fondamentale :	$\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$	
Relation entre cosinus et sinus :	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin(\theta)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos(\theta)$
	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin(\theta)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos(\theta)$
Fonction cosinus :	$\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$	$\cos(\pi + \theta) = -\cos(\theta)$
	$\cos(-\theta) = \cos(\theta)$	la fonction cosinus est paire
Fonction sinus :	$\sin(\pi - \theta) = \sin(\theta)$	$\sin(\pi + \theta) = -\sin(\theta)$
	$\sin(-\theta) = \sin(\theta)$	la fonction sinus est impaire
Fonction tangente :	$\tan(\theta) = \dfrac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$	(pour $\theta \neq \frac{\pi}{2} \mod \pi$)
	$1 + \tan^2(\theta) = \dfrac{1}{\cos^2(\theta)}$	(pour $\theta \neq \frac{\pi}{2} \mod \pi$)
	$\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$	(pour $\theta \neq \frac{\pi}{2} \mod \pi$)
		la fonction tangente est impaire

Formules d'addition

Pour tous nombres réels a et b,

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \qquad \cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

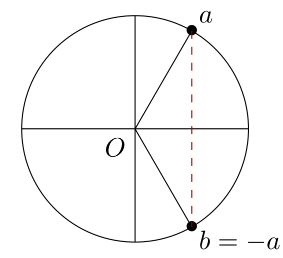
$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b) \qquad \sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

Formules de duplication

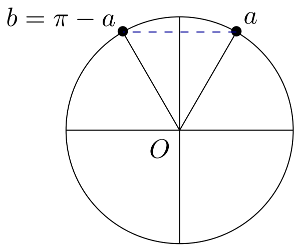
Pour tout nombre réel θ,

$$\begin{aligned} \cos(2\theta) &= \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \\ &= 2\cos^2(\theta) - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2(\theta) \end{aligned} \qquad \sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta)$$

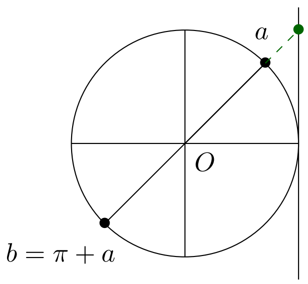
Résolution d'équations trigonométriques



$$\boxed{\cos(a) = \cos(b) \iff a = b \mod 2\pi \text{ ou } b = -a \mod 2\pi}$$



$$\boxed{\sin(a) = \sin(b) \iff a = b \mod 2\pi \text{ ou } b = \pi - a \mod 2\pi}$$



$$\boxed{\tan(a) = \tan(b) \iff a = b \mod \pi}$$