

## Semaine n°10 du 02 décembre au 06 décembre

## Informatique(Python) : cf exemples en annexe

- ⇒ Boucle `while` + Compteur.
- ⇒ Fonction récursive
- ⇒ Boucle `for`. Attention : Pas encore de calcul de somme.

## Méthodes de calcul : sommes et produits

- ⇒ Notation  $\sum$  : définition, linéarité, Chasles, changement d'indice.
- ⇒ Sommes télescopiques.
- ⇒ Sommes classiques à connaître (démonstration exigible) :
  - $\sum_{k=1}^n 1 = n$ ,  $\sum_{k=0}^n 1 = n + 1$ ,  $\sum_{k=i}^j 1 = j - i + 1$ ,  $\sum_{k=i}^j a = (j - i + 1)a$  où  $a \in \mathbb{C}$
  - $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ ,  $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
  - $\forall q \in \mathbb{C}, q \neq 1, \sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$  et de manière générale  $\sum_{k=i}^j q^k = q^i \frac{1 - q^{j-i+1}}{1 - q}$
- ⇒ Sommes doubles du type  $\sum_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n}} a_{ij}$  et  $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} a_{ij}$ .
- ⇒ Produits : définition, notation  $\prod$ , propriétés,  $\prod_{k=i}^j c$  où  $c \in \mathbb{C}$
- ⇒ Coefficients binomiaux :
  - Factorielle
  - Définition  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  pour  $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$
  - Formules :  $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}$ , symétrie  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ , formule "sans nom"  $\binom{n+1}{k+1} = \frac{n+1}{k+1} \binom{n}{k}$  (démonstration exigible)
  - Triangle de Pascal (démonstration exigible)
  - Binôme de Newton

## Nombres complexes

- ⇒ Forme algébrique d'un nombre complexe, somme, produit, partie réelle et imaginaire, représentation géométrique.
- ⇒ Conjugué : définition, interprétation géométrique, propriétés, caractérisation des nombres réels et des nombres imaginaires purs avec le conjugué.
- ⇒ Module ( $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ), expression avec le conjugué ( $|z| = \sqrt{z\bar{z}}$ ), interprétation géométrique, propriétés
- ⇒ Inégalités triangulaires :
  - $\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2, |z + z'| \leq |z| + |z'|$
  - $\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2, ||z| - |z'|| \leq |z - z'|$
- ⇒ Notation  $e^{i\theta}$ , propriétés  $e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$  et  $\frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta-\theta')}$ , formule de Moivre, formules d'Euler.
- ⇒ Linéarisation d'expressions trigonométriques.
- ⇒ Argument d'un nombre complexe non nul, mise sous forme exponentielle d'un nombre complexe (technique de l'angle moitié), égalité de deux complexes sous forme exponentielle :

$$\forall (r, r', \theta, \theta') \in (\mathbb{R}_+^*)^2 \times \mathbb{R}^2, \quad r e^{i\theta} = r' e^{i\theta'} \iff \begin{cases} r = r' \\ \theta \equiv \theta' [2\pi] \end{cases}$$

- Résolution des équations du second degré à coefficients réels, somme et produit des solutions. Résolution de l'équation  $x^2 = a$  avec  $a \in \mathbb{C}$

Remarques aux colleurs

- Merci aussi de poser une petite question d'informatique (cf Annexe).
- La notion de nombre complexe est nouvelle pour beaucoup de nos élèves.

## Exemples de programmes informatiques

**Exercice 1**

Réaliser une fonction `DepasseValeur` prenant en paramètre un entier naturel  $M$  et renvoyant le plus petit entier naturel  $n$  tel que  $2^n > M$ .

```
def DepasseValeur(M):
    n=0 #initialisation du compteur
    while (2**n <=M):
        n=n+1 #incrementation du compteur
    return n
```

**Exercice 2**

On veut créer le programme suivant : l'ordinateur choisit un nombre entier au hasard entre 1 et 100 puis demande à l'utilisateur de rentrer des nombres entiers jusqu'à deviner le nombre choisi par l'ordinateur. A chaque tentative ratée de l'utilisateur, l'ordinateur indique si le nombre proposé est trop grand ou trop petit par rapport au nombre cherché.

```
from random import *
nb=randint(1,100)
tentative=0 #valeur fausse pour pouvoir rentrer dans la boucle
while (tentative != nb):
    tentative=eval(input("donner un nombre entier entre 1 et 100 : "))
    if tentative < nb:
        print("le nombre proposé est trop petit.")
    elif tentative > nb:
        print("le nombre proposé est trop grand.")
    else:
        print("Gagné!")
```

**Exercice 3**

Créer un script qui demande à l'utilisateur de donner le mot de passe du labo de bio ("cellule"). L'utilisateur a le droit à trois tentatives maximum.

```
mdp="cellule"
proposition='' #valeur fausse pour pouvoir rentrer dans la boucle
nbessai = 0 #initialisation du compteur
while (proposition != mdp) and (nbessai <3):
    proposition=input("donner le mot de passe : ")
    nbessai = nbessai + 1 #incrementation du compteur
if (proposition ==mdp):
    print("bienvenu au labo de bio")
else:
    print("nombre de tentatives dépassé")
```

**Exercice 4**

Créer une fonction récursive `factorielle` qui prend en entrée un entier naturel  $n$  et renvoie le résultat de  $n!$ .

```
def factorielle(n):
    if n==0:
        return 1
    else :
        return n*factorielle(n-1)
```

**Exercice 5**

Créer une fonction récursive `suite` qui prend en entrée un entier naturel `n` et renvoie la valeur de  $u_n$  où  $(u_n)$  est la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 3u_n + 2 \end{cases}$$

```
def suite(n):  
    if n==0:  
        return 1/2  
    else :  
        return 3*suite(n-1) +2
```