

## Semaine n°23 du 08 au 12 avril

## Informatique(Python) : cf exemples en annexe

- boucle `while`, boucle `for`,
- listes en Python : création d'une liste, extraction d'un élément, parcours d'une liste, concaténation, `len`, `append`...etc
- chaîne de caractère.
- Tri par selection, tri à bulle

## Probabilités

- Définitions : univers, évènements, évènements élémentaires, évènement certain, évènement impossible, évènements incompatibles, système complet d'évènements, espace probabilisable  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ .
- Probabilité : définition, propriétés ( $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ,  $P(\emptyset) = 0$ ,  $0 \leq P(A) \leq 1$ ,  $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ,  $P(\bigcup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$  pour des évènements deux à deux incompatibles), espace probabilisé  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$ .
- Une probabilité est entièrement définie par sa valeur sur les évènements élémentaires.
- Probabilité uniforme.
- Probabilité conditionnelle : définition, propriété : si  $P(A) \neq 0$  alors  $P_A$  est une probabilité (démonstration exigible).
- Formules des probabilités composées (simple et généralisée).
- Formule des probabilités totales (démonstration exigible pour 2 évènements).
- Formule de Bayes (démonstration exigible).
- Indépendance et indépendance mutuelle.

## Suites réelles

- Suite majorée, minorée, bornée, (strictement) croissante/décroissante, (strictement) monotone, constante, stationnaire.
- Définition d'une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  convergente de limite  $\ell$  :  $\forall \epsilon > 0, \exists n_\epsilon \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_\epsilon \Rightarrow |u_n - \ell| \leq \epsilon$
- Unicité de la limite d'une suite convergente, toute suite convergente est bornée (réciproque fausse)
- Suite divergente : définition.
- Limites des suites usuelles, opérations sur les limites, croissances comparées.
- Théorème de composition des limites : si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente de limite  $\ell$  et si  $f$  admet une limite  $L$  en  $\ell$ , alors  $(f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente de limite  $L$ .
- Si une suite est convergente vers une limite  $l > 0$ , alors à partir d'un certain rang les termes de la suites sont tous strictement positifs.
- Théorème de passage à la limite dans une inégalité, théorèmes de comparaison, théorème des gendarmes.
- Suites extraites  $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(u_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$ . Utilisation pour montrer la convergence ou la divergence de  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
- Suites adjacentes : définition, propriété.
- suites équivalentes : définition, caractérisation en pratique, transitivité, produit, quotient, puissance, multiplication par un scalaire non nul. Deux suites équivalentes admettent les mêmes limites.
- Equivalents usuels : polynômes, et si  $(u_n)$  converge vers 0 :

- $\sin(u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} u_n$

- $\tan(u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} u_n$
- $\ln(1 + u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} u_n$
- $e^{u_n} - 1 \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} u_n$
- pour tout  $\alpha \in \mathbb{R}^*$ ,  $(1 + u_n)^\alpha - 1 \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \alpha u_n$  et en particulier (pour  $\alpha = \frac{1}{2}$ ),  $\sqrt{1 + u_n} - 1 \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{u_n}{2}$
- $1 - \cos(u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{u_n^2}{2}$

⇒ Exemples d'études guidées de suites de type  $u_{n+1} = f(u_n)$

### Matrices

- ⇒ Définitions : matrice nulle, carrée, identité, ligne, colonne, diagonale, triangulaire supérieure ou inférieure.
- ⇒ Opérations : additions de deux matrices, multiplication par un scalaire, produit de matrices.
- ⇒ Propriétés du produit : produit avec la matrice identité ou la matrice nulle, associativité, distributivité, non commutativité, non intégrité,  $AB = AC \not\Rightarrow B = C$ .
- ⇒ Ecriture matricielle d'un système linéaire.
- ⇒ Rang d'une matrice (= rang de son système associé), méthode de calcul du rang en échelonnant la matrice.
- ⇒ Puissances de matrices carrées, cas particulier des matrices diagonales, polynômes de matrices.
- ⇒ Binôme de Newton quand les matrices sont commutatives.
- ⇒ Transposée d'une matrice : définition, propriétés, matrices symétriques et antisymétriques.
- ⇒ Matrice carrée inversible : définition, propriétés, puissances avec exposant négatif.
- ⇒ Recherche pratique de l'inverse :  $A$  est inversible si et seulement si son système associé  $AX = B$  est un système de Cramer, détermination de l'inverse en résolvant le système en question.

### Remarques aux colleurs

- Merci aussi de poser une petite question d'informatique (cf Annexe).
- Aucun exercice n'a été fait sur le chapitre des matrices

### Exemples de programmes informatiques

#### Exercice 1

Ecrire en Python une fonction `existence` qui prend en entrée un tableau 1D  $T$  et un nombre *element* et renvoie `True` si *element* se trouve dans le tableau  $T$ , `False` sinon.

```
def existence(T,element):
    a=len(T)      # nombre de lignes
    for i in range(a):      # parcours des lignes
        if T[i]==element:  # on teste si T[i] est égal à élément
            return True
    return False # si on n' a pas trouvé element après avoir parcouru tout le tableau
```

#### Exercice 2

Ecrire en Python une fonction `MaximumTableau` qui prend en entrée un tableau 1D  $T$  et renvoie la plus grande valeur de ce tableau

```
def MaximumTableau(T):
    a=len(T)      # nombre de lignes
    maxi = T[0]  # initialisation avec la première valeur du tableau
    for i in range(a):      # parcours des lignes
        if T[i]>maxi: # on teste si T[i] est plus grand
            maxi=T[i]      # on a trouvé une plus grande valeur
    return maxi
```

### Exercice 3

Ecrire en Python une fonction Moyenne qui prend en entrée un tableau 1D  $T$  et renvoie la moyenne de ses éléments :

```
def Moyenne(T):
    a=len(T)      # nombre de lignes
    S=0           # initialisation de la somme
    for i in range(a):      # parcours des lignes
        S=S+T[i]      # on rajoute l'élément T[i]
    return S/a      # formule pour la moyenne
```