

## Semaine n°23 du 31 mars au 04 avril

## Informatique(Python) : cf exemples en annexe

- ⇒ boucle `while`, boucle `for`.
- ⇒ listes en Python : création d'une liste, extraction d'un élément, parcours d'une liste, concaténation, `len`, `append`...etc
- ⇒ chaîne de caractère.
- ⇒ Tri par selection, tri à bulle
- ⇒ Tableau 1D, bibliothèque Numpy

## Suites réelles

- ⇒ Suite majorée, minorée, bornée, (strictement) croissante/décroissante, (strictement) monotone, constante, stationnaire.
- ⇒ Définition d'une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  convergente de limite  $\ell$  :  $\forall \epsilon > 0, \exists n_\epsilon \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_\epsilon \Rightarrow |u_n - \ell| \leq \epsilon$
- ⇒ Unicité de la limite d'une suite convergente, toute suite convergente est bornée(réciproque fausse)
- ⇒ Suite divergente : définition.
- ⇒ Limites des suites usuelles, opérations sur les limites, croissances comparées.
- ⇒ Théorème de composition des limites : si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente de limite  $\ell$  et si  $f$  admet une limite  $L$  en  $\ell$ , alors  $(f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente de limite  $L$ .
- ⇒ Si une suite est convergente vers une limite  $l > 0$ , alors à partir d'un certain rang les termes de la suites sont tous strictement positifs.
- ⇒ Théorème de passage à la limite dans une inégalité, théorèmes de comparaison, théorème des gendarmes.
- ⇒ Suites extraites  $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(u_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$ . Utilisation pour montrer la convergence ou la divergence de  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
- ⇒ Suites adjacentes : définition, propriété.
- ⇒ suites équivalentes : définition, caractérisation en pratique, transitivité, produit, quotient, puissance, multiplication par un scalaire non nul. Deux suites équivalentes admettent les mêmes limites.
- ⇒ Equivalents usuels : polynômes, et si  $(u_n)$  converge vers 0 :
  - $\sin(u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} u_n$
  - $\tan(u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} u_n$
  - $\ln(1 + u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} u_n$
  - $e^{u_n} - 1 \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} u_n$
  - pour tout  $\alpha \in \mathbb{R}^*$ ,  $(1 + u_n)^\alpha - 1 \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \alpha u_n$  et en particulier (pour  $\alpha = \frac{1}{2}$ ),  $\sqrt{1 + u_n} - 1 \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{u_n}{2}$
  - $1 - \cos(u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{u_n^2}{2}$
- ⇒ Exemples d'études guidées de suites de type  $u_{n+1} = f(u_n)$

## Matrices

- ⇒ Définitions : matrice nulle, carrée, identité, ligne, colonne, diagonale, triangulaire supérieure ou inférieure.
- ⇒ Opérations : additions de deux matrices, multiplication par un scalaire, produit de matrices.
- ⇒ Propriétés du produit : produit avec la matrice identité ou la matrice nulle, associativité, distributivité, non commutativité, non intégrité,  $AB = AC \not\Rightarrow B = C$ .
- ⇒ Ecriture matricielle d'un système linéaire.

- Rang d'une matrice (= rang de son système associé), méthode de calcul du rang en échelonnant la matrice.
- Puissances de matrices carrées, cas particulier des matrices diagonales, polynômes de matrices.
- Binôme de Newton quand les matrices sont commutatives.
- Transposée d'une matrice : définition, propriétés, matrices symétriques et antisymétriques.
- Matrice carrée inversible : définition, propriétés, puissances avec exposant négatif.
- Recherche pratique de l'inverse :  $A$  est inversible si et seulement si son système associé  $AX = B$  est un système de Cramer, détermination de l'inverse en résolvant le système en question.
- Critère d'inversibilité avec le rang.
- Recherche de l'inverse à l'aide d'un polynôme annulateur.
- Critère d'inversibilité pour les matrices de taille 2 : déterminant. ( Pas de formule donnant directement l'inverse.)

### Limites de fonctions

- Définitions avec les quantificateurs des limites suivantes :  
 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ , ...
- Limite à gauche et limite à droite en un point, définition avec les quantificateurs.
- Asymptote verticale, horizontale et oblique.
- Opérations sur les limites : addition, multiplication, quotient, composition, formes indéterminées.

### Remarques aux colleurs

- Merci aussi de poser une petite question d'informatique (cf Annexe).
- Uniquement des questions de cours sur le chapitre de limites de fonctions.

### Exemples de programmes informatiques

#### Exercice 1

Ecrire en Python une fonction `existence` qui prend en entrée un tableau 1D  $T$  et un nombre  $element$  et renvoie `True` si  $element$  se trouve dans le tableau  $T$ , `False` sinon.

```
def existence(T,element):
    a=len(T)      # nombre de lignes
    for i in range(a):      # parcours des lignes
        if T[i]==element:  # on teste si T[i] est égal à élément
            return True
    return False # si on n' a pas trouvé element après avoir parcouru tout le tableau
```

#### Exercice 2

Ecrire en Python une fonction `MaximumTableau` qui prend en entrée un tableau 1D  $T$  et renvoie la plus grande valeur de ce tableau

```
def MaximumTableau(T):
    a=len(T)      # nombre de lignes
    maxi = T[0]  # initialisation avec la première valeur du tableau
    for i in range(a):      # parcours des lignes
        if T[i]>maxi:  # on teste si T[i] est plus grand
            maxi=T[i]  # on a trouvé une plus grande valeur
    return maxi
```

**Exercice 3**

Ecrire en Python une fonction `Moyenne` qui prend en entrée un tableau 1D  $T$  et renvoie la moyenne de ses éléments :

```
def Moyenne(T):  
    a=len(T)      # nombre de lignes  
    S=0          # initialisation de la somme  
    for i in range(a):      # parcours des lignes  
        S=S+T[i]      # on rajoute l'élément T[i]  
    return S/a      # formule pour la moyenne
```