Semaine n°24 du 22 au 25 avril

Informatique(Python) : cf exemples en annexe

- ⇒ Tableau 1D, bibliothèque Numpy
- ⇒ Représentation graphique module pyplot.

Matrices

- ⇒ Définitions : matrice nulle, carrée, identité, ligne, colonne, diagonale, triangulaire supérieure ou inférieure.
- ⇒ Opérations : additions de deux matrices, multiplication par un scalaire, produit de matrices.
- ⇒ Propriétés du produit : produit avec la matrice identité ou la matrice nulle, associativité, distributivité, non commutativité, non intégrité, $AB = AC \not\Rightarrow B = C$.
- ⇒ Ecriture matricielle d'un système linéaire.
- ⇒ Rang d'une matrice (= rang de son système associé), méthode de calcul du rang en échelonnant la matrice.
- ⇒ Puissances de matrices carrées, cas particulier des matrices diagonales, polynômes de matrices.
- ⇒ Binôme de Newton quand les matrices sont commutatives.
- ⇒ Transposée d'une matrice : définition, propriétés, matrices symétriques et antisymétriques.
- ⇒ Matrice carrée inversible : définition, propriétés, puissances avec exposant négatif.
- ⇒ Recherche pratique de l'inverse : A est inversible si et seulement si son système associé $AX = B$ est un système de Cramer, détermination de l'inverse en résolvant le système en question.
- ⇒ Critère d'inversibilité avec le rang.
- ⇒ Recherche de l'inverse à l'aide d'un polynôme annulateur.
- ⇒ critère d'inversabilité pour les matrices de taille 2 : déterminant. (Pas de formule donnant directement l'inverse.)

Limites de fonctions

- ⇒ Définitions avec les quantificateurs des limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell, \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \dots$$
- ⇒ Limite à gauche et limite à droite en un point, définition avec les quantificateurs.
- ⇒ Asymptote verticale et horizontale.
- ⇒ Opérations sur les limites : addition, multiplication, quotient, composition, formes indéterminées.
- ⇒ Limites et inégalités : Si $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l > 0$ alors il existe un voisinage de x_0 sur lequel f est strictement positive, théorème des gendarmes, théorèmes de comparaison.
- ⇒ Une fonction monotone sur un intervalle ouvert admet une limite en chacune des bornes de l'intervalle.
- ⇒ Croissances comparées (logarithme, puissance, exponentielle)
- ⇒ fonctions équivalentes : définition, équivalents usuels :
 - polynômes en $+\infty$, $-\infty$ et 0.
 - $\sin(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$
 - $\tan(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$
 - $\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$
 - $e^x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$
 - pour tout $\alpha \in \mathbb{R}^*$, $(1+x)^\alpha - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \alpha x$ et en particulier (pour $\alpha = \frac{1}{2}$), $\sqrt{1+x} - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x}{2}$

- $1 - \cos(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$

→ Propriétés : transitivité, produit, quotient, puissance (pas de somme ni de composition !), théorème de substitution.

Remarques aux colleurs

— Merci aussi de poser une petite question d'informatique