

Semaine n°1 du 15 septembre au 19 septembre

Calculs

- ⇒ Simplification de fraction.
- ⇒ Simplification de puissance
- ⇒ Racine carré
- ⇒ Développer factoriser
- ⇒ Résolution d'équation et inéquation.

Logique et ensembles

- ⇒ Proposition ou assertion : définition, exemples.
- ⇒ opérateurs : NON, ET, OU, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$.
- ⇒ Négation du ET ou du OU :

$$\text{Non}(P \text{ et } Q) \Leftrightarrow \text{Non}(P) \text{ ou } \text{Non}(Q)$$

$$\text{Non}(P \text{ ou } Q) \Leftrightarrow \text{Non}(P) \text{ et } \text{Non}(Q)$$

- ⇒ Distributivité :

$$(P \text{ ou } Q) \text{ et } R \Leftrightarrow (P \text{ et } R) \text{ ou } (Q \text{ et } R)$$

$$(P \text{ et } Q) \text{ ou } R \Leftrightarrow (P \text{ ou } R) \text{ et } (Q \text{ ou } R)$$

- ⇒ Ensembles : notations $\emptyset$, $\in$, $\subset$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$.
- ⇒ Méthode de démonstration pour montrer qu'un ensemble est inclus dans un autre, ou que deux ensembles sont égaux.
- ⇒ Parties d'un ensemble, notation $\mathcal{P}(E)$.
- ⇒ Opérations sur les ensembles : union et intersection (associative, commutative, distributivité complémentaire, lois de De Morgan ([Démonstration exigible](#))).
- ⇒ Produit cartésien : définition.
- ⇒ Quantificateurs : $\forall$, $\exists$, $\exists!$, négation des quantificateurs.
- ⇒ Différents types de démonstration :
 - Raisonnement direct
 - Raisonnement par contraposée
 - Raisonnement par disjonction de cas
 - Raisonnement par l'absurde
 - Utilisation d'un contre exemple
 - Récurrence simple (le symbole Σ n'est pas connu),

Remarques aux colleurs

- Veillez à ce que les récurrences soit particulièrement bien rédigées (cf exemple en annexe).
- Les récurrences à deux pas ne sont pas au programme de cette semaine.
- Pouvez vous mettre 2 questions rapides de calculs avant les questions de cours? (cf exemple en annexe). Il n'y a pas encore eu de séances de calculs sur les puissances.

Exemple exercice calcul

Exercice:

Donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

1. $\frac{3}{2} + \frac{5}{6}$

2. $\frac{5}{35} + \frac{9}{63}$

3. $\frac{3}{16} + \frac{5}{24}$

4. $\left(\frac{45}{21}\right)$

5. $\left(\frac{1}{4} + \frac{5}{6}\right) \times \frac{2}{3}$

6. $\frac{\left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6}\right)}{\frac{3}{5}}$

7. $\frac{4}{3} - \frac{1}{4} \left(5 - \frac{3}{2}\right)$

8. $\frac{7 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{7 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$

9. $\frac{\frac{2}{5} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{7}}{\left(\frac{2}{5} - \frac{4}{3}\right) \times \frac{5}{7}}$

10. $\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{8}$

11. $\frac{2}{7} - \frac{1}{7} \times \frac{8}{3}$

12. $\frac{9}{7} \left(\frac{5}{54} + \frac{7}{54}\right)$

13. $\frac{-\frac{1}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{2}{3}}$

14. $\frac{-\frac{4}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{6} - \frac{2}{3}}$

15. $\frac{2}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{25}{3}$

16. $\frac{63}{5} \times \frac{56}{3} \times \frac{15}{7} \times \frac{2}{9}$

Exercice:

Résoudre :

1. $-\frac{1}{2}x - \frac{5}{3} = 0$

2. $5x + 2 = -2x + 3$

3. $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{5} = \frac{7x-2}{15}$

Exemple de rédaction pour une récurrence

Montrons par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, " $2^n > n$ ".Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on note $\mathcal{R}(n)$ la propriété : " $2^n > n$ ".Initialisation pour $n = 1$: $2^1 = 2$ et on a bien $2 > 1$ donc $\mathcal{R}(1)$ est vraie.Hérédité :Soit $n \in \mathbb{N}^*$ fixé.On suppose que $\mathcal{R}(n)$ est vraie, montrons que $\mathcal{R}(n+1)$ est vraie.D'après l'hypothèse de récurrence, on sait que $2^n > n$ Or $2^n > n \Rightarrow 2 \times 2^n > 2n \Rightarrow 2^{n+1} > n + n$ Or $n \geq 1$, on en déduit donc : $2^{n+1} > n + 1$ On a montré que $\mathcal{R}(n+1)$ est vraieConclusion : D'après le principe de récurrence (ou par récurrence), on a montré que

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, 2^n > n.$$