

Je m'échauffe avec les compétences de base!

**Exercice n° 1: Simplifier les écritures suivantes.**

$$A = \ln(\sqrt{e^3}) + e^{\ln(\sqrt{3})}$$

$$B = \ln(\sqrt{e})$$

$$C = e^{-2\ln(2)}$$

$$D = \frac{e^{\ln(3)-\ln(2)}}{e^{\ln(3)+\ln(2)}}$$

**Exercice n° 2: Simplifier les écritures suivantes.**

$$1. e^{2x-1} \times e^{-x+3}$$

$$2. (e^{-x+1} \times e^{x-1})^2$$

$$3. \frac{e^{3x-1}}{e^{4x+2}}$$

$$4. \left( \frac{e^{2x+3} \times e^{-3x+2}}{e^4} \right)^{-1}$$

$$5. \ln(8) - \ln(2)$$

$$6. \ln(50) + \ln(2) - \ln(10)$$

$$7. \ln(e^{2x})$$

$$8. \ln(e^{2x-4}) - \ln(e^{2x+4})$$

$$9. \frac{3\ln(e^{2x+1})}{2\ln(e^{x-1})}$$

$$10. (e^x)^5 e^{-2x}$$

$$11. \frac{e^{2x+3}}{e^{2x-1}}$$

$$12. \frac{e^x + e^{-x}}{e^{-x}}$$

**Exercice n° 3: Démontrer que pour tout réel  $x$ ,**

$$1. \frac{e^{2x} - 1}{e^x + 1} = e^x \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-x}}.$$

$$3. \frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$$

$$2. (e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2 = 4.$$

$$4. e^{-x} - e^{-2x} = \frac{e^x - 1}{e^{2x}}$$

**Exercice n° 4: Logarithme décimal**

1. Calculer  $\log(10^n)$  pour tout  $n$  entier relatif.

2. Représenter graphiquement la fonction  $\log$ .

3. Soit  $N$  un entier ( $N \geq 1$ ).

Montrer que le nombre de chiffres dans l'écriture décimale de  $N$  est  $1 + \lfloor \log(N) \rfloor$ .

4. Avec combien de chiffre s'écrit le nombre  $2002^{2003}$  ?

**Exercice n° 5: Logarithme du milieu et milieu des logarithmes**

Démontrer que, pour tous  $x, y > 0$ , on a

$$\ln\left(\frac{x+y}{2}\right) \geq \frac{\ln(x) + \ln(y)}{2}.$$

**Exercice n° 6:**

Résoudre sur  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$1. e^{2x} - e^x - 6 = 0$$

$$2. 3e^x - 7e^{-x} - 20 = 0$$

**Exercice n° 7:**

Soit  $(a, b, c) \in (\mathbb{R}_+^*)^3$ . Parmi les relations suivantes, lesquelles sont vraies ?

$$1. (a^b)^c = a^{(b^c)}$$

$$3. a^b a^c = a^{bc}$$

$$6. (a+b)^c = a^c + b^c$$

$$4. a^{2b} = (a^b)^2$$

$$2. (a^b)^c = a^{bc}$$

$$5. (ab)^c = a^{\frac{c}{2}} b^{\frac{c}{2}}$$

$$7. (a^b)^c = (a^c)^b$$

**Exercice n° 8:**

Tracer les graphes des fonctions suivantes sur  $[0, 2]$

$$f(x) = \lfloor x^2 + 1 \rfloor \quad \text{et} \quad f(x) = \lfloor x \rfloor^2 + 1$$

**Exercice n° 9: Résoudre les équations et inéquations suivantes.**

1.  $e^{2x+3}e^{x-4} < 2$
2.  $\ln(3x^2 + 2) - \ln\left(\frac{3}{7}x^2 + 2x + 4\right) = \ln(7)$
3.  $|y^2 + 1| \geq 5$
4.  $|3x - 9| \leq 1$
5.  $e^{|x^2+2x-3|} = 1$
6.  $\ln(|x^2 + 2x - 3|) \leq 0$
7.  $|\ln(4 - 3x^2)| = 0$

**Exercice n° 10: Autour des valeurs absolues.**

On considère la fonction  $f : x \mapsto |3x - 9| + |x + 2| + 1$

1. Déterminer, en fonction des valeurs de  $x$ , une expression de la fonction  $f$  sans valeur absolue.
2. Tracer la représentation graphique de  $f$ .

**Je me perfectionne!**

**Exercice n° 11: Résoudre les équations suivantes**

1.  $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$
2.  $e^x + e^{1-x} = e + 1$
3.  $(x^2)^x = x^{(x^2)}$
4.  $2^{2x} - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$

**Exercice n° 12: Logarithme décimale**

1. Quel est le nombre de chiffres en base 10 du nombre  $2^{43112609}$  ?
2. Démontrer que  $\log_{10} 2$  est irrationnel.

**Exercice n° 13: Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes**

1.  $e^{\frac{x-1}{x+2}} < e^2$
2.  $\frac{e^{2x+1}}{e^{x-3}} = e$
3.  $\ln(x+2) + \ln(x-2) = \ln(2x+11)$
4.  $\ln(2x+1) - \ln(x-3) \leq 1$
5.  $\frac{e^x + 1}{e^{-x} - e} > 0$
6.  $\ln(x^2 - e^2) \leq 2$
7.  $(e^x - 1)(e^{-x} + 1) < 0$
8.  $\ln(|x+1|) - \ln(|2x+1|) = \ln(2)$
9.  $\ln(|4x-1|) - \ln(|x+3|) < 1$
10.  $\ln\left(\frac{2x^2+3x}{x^2+x-2}\right) - \ln(2) > 0$