Semaine n°7 du 10 novembre au 14 novembre

Informatique(Python) : cf exemples en annexe

- Fonctions : `def`, `return`.
- Instructions conditionnelles `if`, `else`, `elif`. (pas de fonction récursive)
- Module maths et random et variable global/local.
- Script `input`, `print`.

Fonctions usuelles

- Fonctions usuelles (cf formulaire). Pour chaque fonction du formulaire, les domaines de définition, continuité, dérivabilité, dérivée, limites et **graphique** doivent être parfaitement connus :
  - Fonctions affines.
  - Valeur absolue.
  - Partie entière.
  - Fonctions puissances (à exposant entier positif, entier négatif),
  - Racine carrée, racine cubique.
  - Logarithme népérien et logarithme décimal,
  - Exponentielle (base e).
  - exponentielle de base $a \in \mathbb{R}_+^*$.
  - Fonction puissance réelle.
  - Cosinus, sinus et tangente.

Variation de fonction

- Ensemble de définition,
- Compositions de fonctions et recherche du domaine de définition d'une composée.
- périodicité, parité, monotone.
- image d'un ensemble, Théorème des valeurs intermédiaire.
- Lien entre dérivée et monotonie. Théorème de la bijection.
- Majorant ou minorant d'une fonction.
- Extrema : définition et théorème :

  Si f, définie sur un intervalle I, admet un extremum en $x_0 \in I$ et x_0 n'est pas une extrémité de I alors $f'(x_0) = 0$

- Limites : limites usuelles, opération sur les limites, composée de limites, croissance comparée, théorème des gendarmes, théorème de comparaison.
- Asymptotes verticale, horizontale, oblique. ATTENTION : aucune méthode d'étude du comportement asymptotique n'a été vue cette année.

Dérivées

- Nombre dérivé en a : définition, interprétation graphique (coefficient directeur de la tangente), fonction dérivée.
- Définition : fonction de classe $\mathcal{C}^1$.
- Dérivées usuelles.
- Opérations sur les dérivées, compositions, formules de compositions usuelles $(\ln(u), e^u, \sqrt{u}, u^n)$.
- Fonctions de deux variables : définition, ensemble de définition, méthode de calcul des dérivées partielles.

Méthodes de calcul : sommes et produits

- Notation $\sum$: définition, linéarité, Chasles, changement d'indice.
- Sommes téléscopiques.
- Sommes classiques à connaître (démonstration exigible) :
  - $\sum_{k=1}^{n} 1 = n, \quad \sum_{k=0}^{n} 1 = n+1, \quad \sum_{k=i}^{j} 1 = j-i+1, \quad \sum_{k=i}^{j} a = (j-i+1)a$ où $a \in \mathbb{C}$
  - $\sum_{k=0}^{n} k = \dfrac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=0}^{n} k^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
  - $\forall q \in C, q \neq 1, \sum_{k=0}^{n} q^k = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ et de manière générale $\sum_{k=i}^{j} q^k = q^i \dfrac{1-q^{j-i+1}}{1-q}$

Remarques aux colleurs

— Veillez s'il vous plait à ce que la détermination des ensembles de dérivabilité soient bien rédigées et que le raisonnement soit bien compris (voir rédactions en annexe).
— N'hésitez pas à vérifier que les courbes représentatives des fonctions classiques sont connues (point classique et tangente)
— Merci aussi de poser une petite question d'informatique (cf Annexe).

Exemples de programmes informatiques

Exercice 1

Réaliser une fonction `maximum` prenant en paramètre deux nombres a et b et renvoyant le maximum de ces deux nombres (sans utiliser la fonction max) :

```
def maximum(a,b):
    if a>b:
        return a
    else:
         return b
```

Exercice 2

Créer une fonction `parite` qui prend en paramètre un entier n et renvoie `True` si cet entier est pair et `False` sinon.

```
def parite(n):
    if(n%2==0):
        return True
    else:
        return False
```

Exercice 3

Créer une fonction `entier` qui prend en entrée un entier et qui renvoie True si le nombre est un entier et False sinon

```
from math import floor
def entier(x):
   if (x==floor(x)) :
          return True
    else :
          return False
```

Exercice 4

Créer une fonction `jeu` qui prend en entrée un nombre entier `b` entre 0 et 10 et génère un nombre a au hasard entre 0 et 10. Si `b` et a sont égaux, on renvoie " gagné ", sinon on affiche " perdu ".

```
from random import randint
def jeu(b):
   a=randint(0,10)
   if (a==b) :
        return "gagné"
    else :
        return "perdu"
```

Exercice 5

Créer une fonction python `piecedesequilibre` qui simule l'expérience suivante : On lance une pièce de monnaie qui tombe sur pile avec probabilité 1/4 et qui tombe sur face avec probabilité 3/4.

Première solution :

```
from random import randint
def piecedesequilibre():
     a=randint(1,4)
     if (a==1) :  # 1 chance sur 4 d'obtenir le chiffre 1 quand on choisit un entier
         return "pile"
      else :
         return "face"
```

Deuxième solution :

```
from random import random
def piecedesequilibre():
    a=random() # nombre réel quelconque choisi entre 0 et 1
    if (a<=0.25) : # la proportion de nombres réels a<=0.25 est 0.25
          return "pile"
    else :
          return "face"
```

Exemples de rédaction

Exercice 1

On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{e^x - 1}$

1. Déterminer le domaine de définition de f.
   solution :
   Soit $x_0 \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} f \text{ est définie en } x_0 &\iff \begin{cases} x \mapsto e^x - 1 \text{ est définie en } x_0, \\ e^{x_0} - 1 \geq 0, \qquad\qquad \text{car } x \mapsto \sqrt{x} \text{ est définie sur } \mathbb{R}_+ \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} x_0 \in \mathbb{R}, \quad \text{car } x \mapsto e^x \text{ est définie sur } \mathbb{R}, \\ e^{x_0} \geq 1, \end{cases} \\ &\iff x_0 \geq 0, \quad \text{car exponentielle est strictement croissante sur } \mathbb{R}. \end{aligned}$$

   Le domaine de définition de f est $D_f = [0\ ;\ +\infty[$.

2. Déterminer le domaine de dérivabilité de g et calculer sa dérivée.
   solution :
   Soit $x_0 \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} f \text{ est dérivable en } x_0 \text{ si } &\begin{cases} x \mapsto e^x - 1 \text{ est dérivable en } x_0, \\ e^{x_0} - 1 > 0, \qquad\qquad \text{car } x \mapsto \sqrt{x} \text{ est dérivable sur } \mathbb{R}_+^* \end{cases} \\ \text{si } &\begin{cases} x_0 \in \mathbb{R}, \quad \text{car } x \mapsto e^x \text{ est dérivable sur } \mathbb{R}, \\ e^{x_0} > 1, \end{cases} \\ \text{si } & x_0 > 0, \quad \text{car exponentielle est strictement croissante sur } \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Le domaine de dérivabilité de f est $D =]0\ ;\ +\infty[$.

$$\forall x \in]0\ ;\ +\infty[, f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x - 1}}.$$