

Je m'échauffe avec les compétences de base!

Exercice n° 1: Pour chacun des systèmes échelonnés suivant, nommer les inconnues principales, les inconnues secondaires et résoudre en utilisant la technique de la remontée.

$$1. \begin{cases} 3x - y + z = 0 \\ 2y + z = 0 \\ z = -1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ y + z = -1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - y + z = 3 \\ -7y + 10z + 2t = 35 \\ -3z + 5t = 7 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + y - z = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} -x - 3y + z + t = 0 \\ z - 2t = -3 \end{cases}$$

Exercice n° 2: Résoudre les systèmes suivants par la méthode du pivot. On indiquera précisément les manipulations de lignes effectuées.

$$1. \begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x + 2y - z = -9 \\ 2x - 2y + 3z = 16 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 3y - z = 2 \\ 2x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + 2y - z + t = 3 \\ 2x + y + z - 2t = -1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x - y - z = 2 \\ 4x - y - z = 3 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - z = 2 \\ x + y + z = 0 \\ 2x - 3y + z = -5 \\ x + 2y - z = 1 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x + y + z - t = 1 \\ x - y - z + t = 2 \\ x - y - z - t = 3 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ 4x + y + z = 3 \end{cases}$$

Exercice n° 3: Résoudre les systèmes suivant et interpréter graphiquement.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x - y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + y = 11 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x - z = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

Je me perfectionne!

Exercice n° 4: Résoudre les systèmes suivants et déterminer leur rang en distinguant selon les différentes valeurs du paramètre.

$$1. \begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - 2y = a \\ 2x + y = 2a \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} (1-\lambda)x - y - z = 0 \\ -x + (1-\lambda)y - z = 0 \\ -x - y + (1-\lambda)z = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay - z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} (-1-m)x + my + 2z = 0 \\ -mx + y + mz = 0 \\ -2x + my + (3-m)z = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} (2-\lambda)x + y + z = 0 \\ x + (2-\lambda)y + z = 0 \\ (3-\lambda)z = 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ -x + ay + z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = m \\ x + y + mz = m^2 \end{cases}$$

Exercice n° 5:

1. On pose $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$. Calculer j^3 et $1 + j + j^2$.
2. Soit $m \in \mathbb{R}$. Résoudre le système

$$(\mathcal{S}_m) \begin{cases} mx + y + z = j \\ x + my + z = j^2 \\ x + y + mz = 1 \end{cases}$$

Exercice n° 6: Polynôme d'interpolation

Soient a, b, c, d des réels. Montrer qu'il existe un unique polynôme P de degré inférieur ou égal à 3 vérifiant : $P(-1) = a, P'(-1) = b, P(1) = c, P'(1) = d$.

Exercice n° 7: Existe-t-il un système linéaire équivalent à :

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ xy = -3 \end{cases}$$

Exercice n° 8:

Soient A_1, A_2 et A_3 trois points distincts et non alignés du plan d'affixes respectives a_1, a_2 et a_3 . Montrer qu'il existe un triangle $M_1M_2M_3$ du plan tel que A_1 soit le milieu de $[M_2M_3]$, A_2 soit le milieu de $[M_1M_3]$ et A_3 soit le milieu de $[M_1M_2]$.

Maintenant que je suis fort(e), voici des extraits de DS sur ce thème!

Exercice n° 9:

Soit a un paramètre réel. On considère le système linéaire suivant :

$$(\mathcal{S}_a) \begin{cases} -x + y + z = 1 - 3a \\ 2x + y + 3z = 3 \\ -x + 4y + z = 1 - 9a \\ 3x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

1. Transformer le système $(\mathcal{S}_a)$ en un système linéaire échelonné équivalent en faisant clairement apparaître la méthode du pivot de Gauss.
2. Résoudre le système $(\mathcal{S}_a)$ suivant les valeurs du paramètre a .

Exercice n° 10:

Résoudre, en fonction du paramètre λ , le système linéaire suivant :

$$(\mathcal{S}_\lambda) : \begin{cases} (2 - \lambda)x + 3y - 3z = 0 \\ 3x + (2 - \lambda)y - 3z = 0 \\ 3x + 3y - (4 + \lambda)z = 0 \end{cases}$$