

Semaine n°18 du 09 février au 13 février

Informatique(Python) : cf exemples en annexe

- ⇒ boucle **while**, boucle **for**..
- ⇒ listes en Python : création d'une liste, extraction d'un élément, parcours d'une liste, concaténation, **len**, **append**...etc
- ⇒ Chaîne de caractères.

dénombrement

- ⇒ Cardinal d'un ensemble : définition, cardinal d'un sous-ensemble, lien avec les ensembles de départ et d'arrivée des applications injectives, surjectives, bijectives (cas particulier d'une application ayant un ensemble de départ et d'arrivée de même cardinal).
- ⇒ Cardinal d'une union : disjointe de deux ensembles, disjointe de n ensembles, union quelconque de deux ensembles.
- ⇒ Cardinal d'un produit cartésien.
- ⇒ p -liste sans répétition : définition, nombre de p -listes sans répétition d'un ensemble à n éléments.
- ⇒ permutations : définition, nombre de permutations d'un ensemble.
- ⇒ combinaisons : définition, nombre de p -combinaisons d'un ensemble à n éléments.
- ⇒ cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble E fini ([démonstration exigible](#)).

Espaces vectoriels

- ⇒ Espace vectoriel $\mathbb{K}^n$: vecteurs, scalaires, addition de deux vecteurs, multiplication d'un vecteur par un scalaire.
- ⇒ Propriétés : Soient $\lambda \in \mathbb{K}$ et $\vec{u} \in \mathbb{K}^n$. Alors
 - $0 \cdot \vec{u} = \vec{0}_{\mathbb{K}^n}$
 - $\lambda \cdot \vec{0}_{\mathbb{K}^n} = \vec{0}_{\mathbb{K}^n}$
 - $\lambda \cdot \vec{u} = \vec{0}_{\mathbb{K}^n} \iff (\lambda = 0 \text{ ou } \vec{u} = \vec{0}_{\mathbb{K}^n})$
- ⇒ Combinaison linéaire de vecteurs.
- ⇒ Sous espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$: partie de $\mathbb{K}^n$ contenant le vecteur nul et stable par combinaison linéaire.
- ⇒ Intersection de deux sous-espaces vectoriels ([démonstration exigible](#))
- ⇒ Notation $\text{Vect}(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p)$ où $\vec{u}_1, \vec{u}_p$ sont des vecteurs de $\mathbb{K}^n$: ensemble des combinaisons linéaires des vecteurs $\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p$. C'est un sous espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$ appelé le sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$ engendré par les vecteurs $\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p$.
- ⇒ Différentes écritures d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$:
 - Ecriture cartésienne : $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + y + z = 0 \text{ et } x - y = 0\}$.
 - Ecriture paramétrée : $A = \{(x, x, -2x), x \in \mathbb{R}\}$.
 - Ecriture sous forme d'un sous espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs : $A = \text{vect}((1, 1, -2))$.
- ⇒ Famille génératrice : définition,
- ⇒ Famille liée, libre : définitions, propriétés, caractérisation des familles libres :

$$(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p) \text{ libre} \iff (\forall (\alpha_1, \dots, \alpha_p) \in \mathbb{K}^p, \alpha_1 \vec{u}_1 + \dots + \alpha_p \vec{u}_p = \vec{0}_{\mathbb{K}^n} \Rightarrow \alpha_1 = \dots = \alpha_p = 0)$$

- ⇒ Bases : définition, unicité de la décomposition d'un vecteur dans une base ([démonstration exigible](#)), dimension.
- ⇒ Liens entre famille génératrice, libre et base :
Soit E un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$ de dimension p .
 - Toute famille libre de E a au plus p éléments.

- Toute famille génératrice de E a au moins p éléments.

Soit E un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$ de dimension p .

- Une famille libre ayant p éléments de E est une base de E .
- Une famille génératrice ayant p éléments de E est une base de E .
- De toute famille génératrice de E , on peut extraire une base de E .

⇒ propriétés des dimensions :

Si E et F sont deux sous espaces vectoriels de $\mathbb{K}^n$ tels que $E \subset F$ et $\dim(E)=\dim(F)$ alors $E = F$.

⇒ Rang d'une famille de vecteur : définition $Rg(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p) = \dim(\text{vect}(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p))$, détermination pratique par extraction d'une base utilisation du rang pour prouver qu'une famille est libre, génératrice, ou base.

Remarques aux colleurs

- Merci aussi de poser une petite question d'informatique (cf Annexe).
- Le calcul du rang en utilisant le rang de la matrice de la famille de vecteurs n'a pas encore été vu en cours.

Exemples de programmes informatiques

Exercice 1

Ecrire en Python une fonction `existence` qui prend en entrée une chaîne de caractère `ch` et un caractère `c` et renvoie `True` si `c` se trouve dans la chaîne de caractère `ch`, `False` sinon.

```
def existence(ch,c):
    n=len(ch)    # taille de la liste
    for i in range(n):
        if ch[i]==c:
            return True
    return False # si on n' a pas trouvé c après avoir parcouru toute la chaîne
```

Exercice 2

Ecrire en Python une fonction `MaximumListe` qui prend en entrée une liste `L` et renvoie la plus grande valeur de cette liste

```
def MaximumListe(L):
    n=len(L) #taille de la liste
    maxi=L[0] #on considère temporairement que le max est le premier élément
    for i in range(n):
        if L[i]>maxi:
            maxi=L[i] #on a trouvé une plus grande valeur
    return maxi
```

Exercice 3

Ecrire en Python une fonction `Somme` qui prend en entrée une liste `L` et renvoie la somme de ses éléments :

```
def Somme(L):
    n=len(L)    #taille de la liste
    S=0 #initialisation de la somme
    for i in range(n):
        S=S+L[i]
    return S
```

Exercice 4

Ecrire une fonction `experience` qui prend en paramètre un entier `n` et simule `n` lancers successifs d'une pièce de monnaie équilibrée en renvoyant une liste aléatoire composée de `n` valeurs égales à 0 ou 1. On considérera que 0 correspond à Face et 1 à Pile.

```
from random import *    # bibliothèque nécessaire pour créer des nombres aléatoires
def experience(n):
    L=[] #liste vide initialement
    for i in range(n):
        L.append(randint(0,1)) # 0 ou 1 choisi de manière aléatoire
    return L
```