

Je m'échauffe avec les compétences de base!

Exercice n° 1:

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^3 + 1}$
3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{2x} - 3x e^x - x)$
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} \ln(1 + x^2) - \ln x \right)$
6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(1 + e^x) - x + 1]$
7. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x}$
8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x + 1}$
9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{2x} + e^x + x}{e^x - x}$
10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin \left(\frac{x + 1}{x^2 + 1} \right)$

Exercice n° 2:

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1 + x^2} - 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x}{x}$

Exercice n° 3:

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \left[\frac{1}{x} \right]$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cos(e^x)}{x^2 + 1}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x - \sin(x)}$

Exercice n° 4:

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1) \ln x$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\sin x}}{e^x - 1}$ en 0^+
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin(x))^3}{e^{2x} - 1}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos x) \ln x}{\tan x}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 + \sin(4x)} - 1}{x^2}$

Exercice n° 5:

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \ln(e^x + 1)$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{1 + e^{-x}} - 1)$
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)$
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\ln x)^3}{x^3 - 1}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sqrt{x} - 1}$
6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{1+x}} \right)$

Exercice n° 6: expression de la forme $u(x)v(x)$

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$
3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + x^2)^{\frac{1}{2x^3}}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^{\frac{\sin x}{x - \sin x}}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + (\tan x)^2 \right)^{\frac{1}{x \sin x}}$

Exercice n° 7:

Déterminer un équivalent des fonctions dont les expressions sont données ci-dessous au point indiqué :

1. $f(x) = 4e^{\frac{x}{2}} + 3x^3 + (\ln x)^3$ en $+\infty$;
2. $g(x) = \frac{1}{2x} + \frac{1}{(\ln x)^5}$ en $+\infty$;
3. $h(x) = 2e^x + 6x^6$ en $-\infty$.

Exercice n° 8:

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) - x}{\ln(1+x)}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2x}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sqrt{1-x}}{x}$

Je me perfectionne!

Exercice n° 9:

Déterminer les limites suivantes en fonction du paramètre réel m :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx^2 + 6x + 5}{x^2 + 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - mx)$
3. $\lim_{x \rightarrow m} \frac{x^3}{x - m}$

Exercice n° 10:

Pour chacune des expressions suivantes, donner un équivalent simple en a.

1. $e^{\tan(x)} - e^{\sin(x)}$ en $a = 0$
2. $\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$ en $a = +\infty$
3. $\ln(\cos(x))$ en $a = 0$
4. $\left(\frac{x^2+2}{x^2-1}\right)^x - 1$ en $a = +\infty$
5. $\left(\cos \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^x$ en $a = +\infty$
6. $\frac{(\ln(x))^2}{(x-1)\sin(x)} \sqrt{x} - 1$ en $a = 1$
7. $\frac{e^x - 1}{\sin^3(x)} (\sqrt{\cos(x)} - 1)$ en $a = 0$
8. $x \ln(1 + x^2) - 2x \ln(x)$ en $a = +\infty$

Exercice n° 11: calcul d'une limite avec nombre dérivé

Calculer les limites suivantes en reconnaissant des nombres dérivés. On rappelle que $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+6x+2}-3}{x-1}$
3. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(2x)}{x-\pi}$
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{\frac{1}{x}} - x$

Maintenant que je suis fort(e), voici des extraits de DS sur ce thème!

Exercice n° 12:

Le but de cet exercice est l'étude de la fonction f définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} - \frac{1}{2}x$$

1. Déterminer le domaine de définition de f .
2. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
3. Déterminer le domaine de dérivabilité de f et calculer sa dérivée.
4. Dresser le tableau de variations de f .
(conseil : on pourra exploiter le résultat admis suivant : $\sqrt{x^2 - 2x} \leq 2x - 2 \Leftrightarrow x \geq 1$)
5. Montrer que la courbe de f admet en $-\infty$ et en $+\infty$ des asymptotes obliques dont on précisera les équations.