

Semaine n°5 du 02 novembre au 06 novembre

Informatique(Python) : cf exemples en annexe

- ⇒ Fonctions : `def`, `return`.
- ⇒ Instructions conditionnelles `if`, `else`, `elif`. (pas de fonction récursive)
- ⇒ Module `maths` et `random` et variable global/local.

Trigonométrie

- ⇒ Définition sur le cercle trigonométrique d'un cosinus, d'un sinus, d'une tangente, valeurs usuelles.
- ⇒ Formulaire : périodicité et symétries, cosinus et sinus d'une somme ou d'une différence, formules de duplication ([Démonstration exigible pour la duplication](#)).

- ⇒ Résolution d'équations :

$$\text{Soit } \alpha \in \mathbb{R} : \quad \cos(x) = \cos(\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} x \equiv \alpha[2\pi] \\ \text{ou} \\ x \equiv -\alpha[2\pi] \end{cases} \quad \sin(x) = \sin(\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} x \equiv \alpha[2\pi] \\ \text{ou} \\ x \equiv \pi - \alpha[2\pi] \end{cases}$$

$$\text{Soit } \alpha \neq \frac{\pi}{2}[\pi] : \quad \tan(x) = \tan(\alpha) \Leftrightarrow \{ x \equiv \alpha[\pi] \}$$

- ⇒ Présentation de la notation $\arccos(c)$ (respectivement $\arcsin(s)$ et $\arctan(t)$) comme unique solution sur $[0, \pi]$ de l'équation $\cos(x) = c$ avec $c \in [-1, 1]$ (respectivement unique solution sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ de l'équation $\sin(x) = s$ avec $s \in [-1, 1]$ et unique solution sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ de l'équation $\tan(x) = t$ avec $t \in \mathbb{R}$).
- ⇒ Transformation d'expressions de la forme $a \cos(\theta) + b \sin(\theta)$ en expressions de la forme $R \cos(\theta + \phi)$.

Fonctions usuelles

- ⇒ Fonctions usuelles (cf formulaire). Pour chaque fonction du formulaire, les domaines de définition, continuité, dérivabilité, dérivée, limites et **graphique** doivent être parfaitement connus :
 - Fonctions affines.
 - Valeur absolue.
 - Partie entière.
 - Fonctions puissances (à exposant entier positif, entier négatif),
 - Racine carrée, racine cubique.
 - Logarithme népérien et logarithme décimal,
 - Exponentielle (base e).
 - exponentielle de base $a \in \mathbb{R}_+^*$.
 - Fonction puissance réelle.
 - Cosinus, sinus et tangente.

Variation de fonction

- ⇒ Ensemble de définition,
- ⇒ Compositions de fonctions et recherche du domaine de définition d'une composée.
- ⇒ périodicité, parité, monotone.
- ⇒ image d'un ensemble, Théorème des valeurs intermédiaire.
- ⇒ Lien entre dérivée et monotonie. Théorème de la bijection
- ⇒ Majorant ou minorant d'une fonction.
- ⇒ Extrema : définition et théorème :

Si f , définie sur un intervalle I , admet un extremum en $x_0 \in I$ et x_0 n'est pas une extrémité de I
alors $f'(x_0) = 0$

- Limites : limites usuelles, opération sur les limites, composée de limites, croissance comparée, théorème des gendarmes, théorème de comparaison.
- Asymptotes verticale, horizontale, oblique. ATTENTION : aucune méthode d'étude du comportement asymptotique n'a été vue cette année.

Dérivées

- Nombre dérivé en a : définition, interprétation graphique (coefficient directeur de la tangente), fonction dérivée.
- Définition : fonction de classe $\mathcal{C}^1$.
- Dérivées usuelles.
- Opérations sur les dérivées, compositions, formules de compositions usuelles ($\ln(u)$, e^u , $\sqrt{u}$, u^n).

Remarques aux colleurs

- Veuillez s'il vous plait à ce que la détermination des ensembles de définition soient bien rédigées et que le raisonnement soit bien compris (voir rédactions en annexe).
- N'hésitez pas à vérifier que les courbes représentatives des fonctions classiques sont connues (point classique et tangente)
- Merci aussi de poser une petite question d'informatique (cf Annexe).

Exemples de programmes informatiques

Exercice 1

Réaliser une fonction `maximum` prenant en paramètre deux nombres a et b et renvoyant le maximum de ces deux nombres (sans utiliser la fonction `max`) :

```
def maximum(a,b):
    if a>b:
        return a
    else:
        return b
```

Exercice 2

Créer une fonction `parite` qui prend en paramètre un entier n et renvoie `True` si cet entier est pair et `False` sinon.

```
def parite(n):
    if (n%2==0):
        return True
    else:
        return False
```

Exercice 3

Créer une fonction `entier` qui prend en entrée un entier et qui renvoie `True` si le nombre est un entier et `False` sinon

```
from math import floor
def entier(x):
    if (x==floor(x)) :
        return True
    else :
        return False
```

Exercice 4

Créer une fonction `jeu` qui prend en entrée un nombre entier `b` entre 0 et 10 et génère un nombre `a` au hasard entre 0 et 10. Si `b` et `a` sont égaux, on renvoie "gagné", sinon on affiche "perdu".

```
from random import randint
def jeu(b):
    a=randint(0,10)
    if (a==b) :
        return "gagné"
    else :
        return "perdu"
```

Exercice 5

Créer une fonction python `piecadesequilibre` qui simule l'expérience suivante : On lance une pièce de monnaie qui tombe sur pile avec probabilité 1/4 et qui tombe sur face avec probabilité 3/4.

Première solution :

```
from random import randint
def piecadesequilibre():
    a=randint(1,4)
    if (a==1) : # 1 chance sur 4 d'obtenir le chiffre 1 quand on choisit un entier
        return "pile"
    else :
        return "face"
```

Deuxième solution :

```
from random import random
def piecadesequilibre():
    a=random() # nombre réel quelconque choisi entre 0 et 1
    if (a<=0.25) : # la proportion de nombres réels a<=0.25 est 0.25
        return "pile"
    else :
        return "face"
```

Exemples de rédaction**Exercice 1**

On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{e^x - 1}$

1. Déterminer le domaine de définition de f .

solution :

Soit $x_0 \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} f \text{ est définie en } x_0 &\iff \begin{cases} x \mapsto e^x - 1 \text{ est définie en } x_0, \\ e^{x_0} - 1 \geq 0, \end{cases} && \text{car } x \mapsto \sqrt{x} \text{ est définie sur } \mathbb{R}_+ \\ &\iff \begin{cases} x_0 \in \mathbb{R}, & \text{car } x \mapsto e^x \text{ est définie sur } \mathbb{R}, \\ e^{x_0} \geq 1, \end{cases} \\ &\iff x_0 \geq 0, && \text{car exponentielle est strictement croissante sur } \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Le domaine de définition de f est $D_f = [0 ; +\infty[$.

2. Déterminer le domaine de dérivabilité de g et calculer sa dérivée.

solution :

Soit $x_0 \in \mathbb{R}$,

f est dérivable en x_0 si $\begin{cases} x \mapsto e^x - 1 \text{ est dérivable en } x_0, \\ e^{x_0} - 1 > 0, \end{cases} \quad \text{car } x \mapsto \sqrt{x} \text{ est dérivable sur } \mathbb{R}_+^*$
si $\begin{cases} x_0 \in \mathbb{R}, & \text{car } x \mapsto e^x \text{ est dérivable sur } \mathbb{R}, \\ e^{x_0} > 1, \end{cases}$
si $x_0 > 0$, car exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Le domaine de dérivabilité de f est $D =]0 ; +\infty[$.

$$\forall x \in]0 ; +\infty[, f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x - 1}}.$$