# Devoir Maison 2

- ⋆ Soignez la présentation.
- ⋆ Chaque conclusion doit être encadrée !
- ⋆ Soyez précis dans votre rédaction, c'est fondamental de travailler ce point dès l'entrée en classe préparatoire.
- ⋆ Les devoirs maison ont pour objectif de vous entraîner et ne sont pas notés. Faire appel à une intelligence artificielle dans ce cadre est une ineptie.

On rappelle le théorème suivant :

**Théorème de la bijection** : Si $f$ est continue et strictement monotone sur un intervalle $[a, b]$, alors pour tout $y$ entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe un unique $x \in [a, b]$ tel que $f(x) = y$.

## Exercice 1 : Trigonométrie

On cherche à résoudre l'équation d'inconnue réelle $x$

$$(E) \ : \ \cos(x) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}.$$

1. Montrer que
$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{1+\sqrt{5}}{4} < 1.$$
2. Démontrer qu'il existe une unique solution notée $\alpha$ à l'équation $(E)$ dans l'intervalle $\left]0, \frac{\pi}{4}\right[$.
3. Calculer $\cos(2\alpha)$ puis démontrer que $\cos(4\alpha) = -\cos(\alpha)$.
4. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $(E')$ : $\cos(4x) = -\cos(x)$ et placer les solutions sur le cercle trigonométrique.
5. En déduire la valeur de $\alpha$.
6. Résoudre l'équation (E) sur $\mathbb{R}$.

## Exercice 2 : Informatique

*Les deux questions sont indépendantes.*

1. On étudie la croissance d'une plante en fonction de la quantité d'eau reçue quotidiennement.
   On suppose que la plante grandit :
   - de 3 cm par jour si elle reçoit au moins 200 mL d'eau ;
   - de 1 cm par jour si elle reçoit entre 100 mL (inclus) et 200 mL (exclus) ;
   - qu'elle ne grandit pas sinon.

   Écrire une fonction Python `croissance(h,eau)` qui prend en arguments la hauteur initiale `h` de la plante (en cm) et la quantité d'eau `eau` reçue (en mL), et qui renvoie sa hauteur après une journée.
2. On étudie l'évolution d'une population de bactéries soumise à un traitement antibiotique.
   On suppose qu'en une heure :
   - si la concentration en antibiotique est supérieure ou égale à 5 mg/L, la population diminue de 30 % ;
   - sinon, la population augmente de 20 %.

   Écrire une fonction Python `evolution(N,c)` qui prend en arguments la population initiale `N` et la concentration `c` en antibiotique, et qui renvoie un couple contenant la nouvelle population et sa variation par rapport à la population initiale.