Devoir Maison 1 - Deuxième partie

- ⋆ Soignez la présentation.
- ⋆ Chaque conclusion doit être encadrée !
- ⋆ Soyez précis dans votre rédaction, c'est fondamental de travailler ce point dès l'entrée en classe préparatoire.
- ⋆ Les devoirs maison ont pour objectif de vous entraîner et ne sont pas notés. Faire appel à une intelligence artificielle dans ce cadre est une ineptie.

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{1}{2 - u_n}$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3 puis conjecturer u_n en fonction de n.
2. Démontrer votre conjecture pour tout entier naturel n.

Exercice 2

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1} + u_n}$.
Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $1 \leq u_n \leq 2$.

Exercice 3

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 3}{u_n + 2}$.

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - 1 = \dfrac{u_n + 1}{u_n + 2}$.
2. En déduire par récurrence que $u_n \geq 1$.