

Règles

Soient a, b, c et d quatre réels, avec b et d non nuls.

1. Produit :

$$\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}}$$

Attention au cas particulier $a \times \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \times \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$!

2. Simplification par un facteur multipliant le dénominateur et le numérateur

$$\boxed{\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}}$$

L'égalité lue dans l'autre sens permet de passer d'un dénominateur b à une fraction, égale, dont le dénominateur vaut bc .

3. Somme de fractions ayant le même dénominateur :

$$\boxed{\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}}$$

4. Somme de fractions de dénominateurs différents

$$\boxed{\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ad+cb}{bd}}$$

(ci-dessus on a montré le pire cas. Il arrive que l'on puisse trouver un nombre plus petit que bd et divisible par b et d (un multiple commun), par exemple si $b = 4$ et $d = 6$ on met chaque fraction sur 12 plutôt que sur $bd = 4 \times 6 = 24$.

5. Quotient de fractions :

$$\boxed{\frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{b}{a} \text{ et } \frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}}$$

Exemples

1. Produit et somme simple :

$$\frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{14} \text{ et } \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$$

2. Somme :

$$\begin{aligned} - \frac{2}{5} + \frac{3}{7} &= \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35} \\ - \frac{3}{8} + \frac{5}{6} &= \frac{9}{24} + \frac{20}{24} = \frac{29}{24} \end{aligned}$$

3. Simplifications de fraction :

$$\begin{aligned} - \frac{63}{42} &= \frac{7 \times 9}{3 \times 7 \times 2} = \frac{3}{2} \\ - \frac{3ab+6ac}{9ac-3ab} &= \frac{3a(b+2c)}{3a(3c-b)} = \frac{b+2c}{3c-b} \end{aligned}$$

4. Quotient

$$\begin{aligned} - \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)} &= \frac{3}{2} \text{ et } \frac{1}{\left(\frac{2}{a+b}\right)} = \frac{a+b}{2} \\ - \frac{\left(\frac{3}{5}\right)}{\left(\frac{7}{8}\right)} &= \frac{3}{5} \times \frac{8}{7} = \frac{24}{35} \end{aligned}$$

Conseils :

- Toujours donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible : $\frac{5}{10}, \frac{3}{6}$ sont égales mais ne sont pas irréductibles.
Par contre $\frac{1}{2}$ oui.
- Ne pas faire les calculs sans réfléchir : toujours analyser au départ et au cours des calculs si des simplifications ne sont pas possibles.
- Si vous éprouvez des difficultés à gérer les signes $-$, penser que ce ne sont que des multiplications par (-1) :
 $a \times (-5) = a \times (-1) \times 5$ ou sur des fractions $\boxed{-\frac{5}{4}} = (-1) \times \frac{5}{4} = \frac{-1}{1} \times \frac{5}{4} = \boxed{\frac{-5}{4}} = \frac{1}{-1} \times \frac{5}{4} = \boxed{\frac{5}{-4}}$.

Voici des exercices de calculs. Il faut en faire très régulièrement (5 à 10 minutes par jour) afin de progresser. Si vous êtes à l'aise n'hésitez pas à faire le plus de calcul possible de tête

Exercice 1:

Donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

- | | | |
|---|--|---|
| (a) $\frac{3}{2} + \frac{5}{6}$ | (g) $\frac{4}{3} - \frac{1}{4} \left(5 - \frac{3}{2} \right)$ | (l) $\frac{9}{7} \left(\frac{5}{54} + \frac{7}{54} \right)$ |
| (b) $\frac{5}{35} + \frac{9}{63}$ | (h) $\frac{7 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{7 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$ | (m) $\frac{-\frac{1}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}}$ |
| (c) $\frac{3}{16} + \frac{5}{24}$ | (i) $\frac{\frac{2}{5} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{7}}{\left(\frac{2}{5} - \frac{4}{3} \right) \times \frac{5}{7}}$ | (n) $\frac{-\frac{4}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{6} - \frac{2}{3}}$ |
| (d) $\frac{\left(\frac{45}{21} \right)}{\left(\frac{36}{56} \right)}$ | (j) $\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{8}$ | (o) $\frac{2}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{25}{3}$ |
| (e) $\left(\frac{1}{4} + \frac{5}{6} \right) \times \frac{2}{3}$ | (k) $\frac{2}{7} - \frac{1}{7} \times \frac{8}{3}$ | (p) $\frac{63}{5} \times \frac{56}{3} \times \frac{15}{7} \times \frac{2}{9}$ |
| (f) $\frac{\left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6} \right)}{\frac{3}{5}}$ | | |

Exercice 2:

Calculer les expressions suivantes avec $a = -\frac{2}{3}$, $b = \frac{3}{5}$ et $c = \frac{-1}{4}$.

- | | | | |
|-----------------|--------------------|--------------------------|------------------------|
| (a) $a + b + c$ | (b) $ab - c - a^2$ | (c) $a^3 + \frac{b}{2c}$ | (d) $\frac{a+b}{-c-b}$ |
|-----------------|--------------------|--------------------------|------------------------|

Exercice 3:

Simplifier quand cela est possible

- | | | | |
|---------------------------|--------------------------------------|---|---|
| (a) $\frac{2x+6}{2x+4}$ | (c) $\frac{x^2-x}{x-1}$ | (e) $\frac{x+5}{1+\frac{2}{x+3}}$ | (g) $\frac{\frac{3x+1}{x-1} - \frac{2x}{5x+1}}{\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+5}{2x-3}}$ |
| (b) $\frac{x^2+x}{x^2+1}$ | (d) $\frac{2x+1}{2x+1+\frac{1}{3x}}$ | (f) $\frac{1+\frac{2}{x+1}}{\frac{1}{x+3}-1}$ | |

Exercice 4:

Compléter les ... par des entiers.

- | | | |
|--|--|---|
| (a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{\dots} = \frac{7}{12}$ | (c) $\frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{\dots}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = 0$ | (e) $\frac{-\frac{1}{5} + \frac{1}{4}}{\frac{2}{3} - \frac{\dots}{2}} = \frac{3}{10}$ |
| (b) $\frac{5}{2} + \frac{\dots}{6} = \frac{8}{12}$ | (d) $\frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{\dots}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = -\frac{2}{5}$ | (f) $\frac{337}{336 + \frac{5}{9 - \frac{21}{\dots}}} = \frac{2022}{2021}$ |

Exercice 5:

Déterminer les réels a et b .

- | | | |
|--|--|---|
| (a) $\frac{3x+2}{x+3} = a + \frac{b}{x+3}$ | (c) $\frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2}$ | (e) $\frac{5x+3}{x^2-2x+1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2}$ |
| (b) $\frac{2x+1}{x-1} = a + \frac{b}{x-1}$ | (d) $\frac{1}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$ | |

Exercice 6:

Déterminer des fractions F_1 et F_2 irréductibles (quotients de deux entiers n'ayant aucun diviseur commun) telles que les égalités soient vérifiées. On donnera trois solutions possibles à chaque fois. Pour les trois premières on donnera notamment au moins une solution tel que F_1 et F_2 n'aient pas le même dénominateur.

- | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|
| (a) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{7}{8}$ | (b) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{8}{9}$ | (c) $F_1 + F_2 = \frac{5}{3}$ | (d) $F_1 \times F_2 = \frac{3}{4}$ |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|