

Systèmes linéaires

I. Sans paramètres

Exercice 1 Résoudre les systèmes linéaires suivants:

$$1. \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x - z = 2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + y + z - t = 1 \\ x - y - z + t = 2 \\ x - y - z - t = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x + z = -1 \\ x + y + z = 0 \\ x - 2y + z = -6 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + y + 3z + 13t = 7 \\ 2x - y + 3z + 2t = 5 \\ x - y + z - 3t = 1 \\ x + 2z + 5t = 4 \end{cases}$$

II. Avec paramètres dans le second membre

Exercice 2 Résoudre, suivant les valeurs des réels a, b , les systèmes linéaires suivants :

$$1. \begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x - 2y + 2z = a \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x + y + 3z = 3 \\ -x + y + z = 1 - 3a \\ -x + 4y + z = 1 - 9a \\ 3x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + 2y + 4z - t = -1 \\ x + 2y + 4z - 2t = -3 \\ x + 2y + 3z + t = a \\ x + y + z - t = -1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + 2y + z = 0 \\ 3x + 4y + 5z = a \\ 2y + 3z = 2 \\ 2x + 5y + 6z = b \end{cases}$$

III. Avec paramètres dans les coefficients

Exercice 3 Déterminer le rang et résoudre en fonction du paramètre réel λ les systèmes linéaires:

$$1. \begin{cases} (1-\lambda)x + y + z = 0 \\ x + (1-\lambda)y + z = 0 \\ x + y + (1-\lambda)z = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} (5-\lambda)x - y - z = 0 \\ 2x + (2-\lambda)y - z = 0 \\ 2x - y + (2-\lambda)z = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} (2-\lambda)x - y - 2z = 0 \\ 2x - (1+\lambda)y - 4z = 0 \\ -x + y + (3-\lambda)z = 0 \end{cases}$$

Exercice 4 Suivant les valeurs du paramètre réel a ou m , déterminer le rang des systèmes linéaires:

$$1. \begin{cases} x + y = 1 \\ x + a^2y = a \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} (m-1)x - my = m \\ (m+1)x + (m+1)y = m^2 - 1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} (m+1)x + my = 2m \\ mx + (m+1)y = 1 \end{cases}$$

Exercice 5 Suivant les valeurs du paramètre réel a , déterminer le rang et le nombre de solutions des systèmes linéaires:

$$1. \begin{cases} x + y + az = a \\ x + ay - z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} ax + y + z = a \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + y + (2a-1)z = 1 \\ x + ay + z = 3(a+1) \end{cases}$$