

Devoir Maison 1

À rendre vendredi 7 octobre 2022

Exercice 1.

Résoudre dans \mathbb{R} : $|x - 1| - |-2x + 3| = 4x + 1$

Exercice 2.

Résoudre dans \mathbb{R} : $\frac{2x + m}{x + 3} \geq 1$, où m est un réel .

Exercice 3.

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 4$, $u_1 = -5$ et $u_2 = 13$ et la relation :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+3} - 3u_{n+1} + 2u_n = 0$$

Afin d'étudier la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, on pose la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$, définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_{n+1} + 2u_n$.

1. Calculer v_0 et v_1 . Que peut-on conjecturer ?
2. Exprimer v_{n+2} en fonction de v_{n+1} et v_n .
3. Démontrer alors votre conjecture établie à la première question.
4. En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -2u_n + 3$.
5. Exprimer u_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$.
6. Pour tout n , calculer $\sum_{k=0}^n u_k$.