

Résolution d'équations - inéquations

I. Équations.

Exercice 1 Résoudre dans \mathbb{R} :

$$1. 3(2 - 7x) = 4 - (2x + 1)$$

$$2. (3x - 1)(2 + 3x) = (3x - 5)^2$$

$$3. (3x + 7)^2 = (7x + 10)^2$$

$$4. x^2 - 2\sqrt{2}x = -2$$

$$5. 9 - 4x^2 - (5 - x)(3 - 2x) = 0$$

Exercice 2 Résoudre dans \mathbb{R} :

$$1. 9 - \frac{2x + 7}{3} = \frac{4x}{6} - \frac{1}{3}$$

$$2. \frac{3x + 1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{3}x - 1 + 2x$$

$$3. \frac{1}{1 - \frac{x}{x - 1}} + x = 0$$

$$4. 1 - \frac{1}{x} = \frac{4(x^2 - 2)}{x(4x + 8)}$$

$$5. 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$6. \frac{x^3 + 2x^2 - x + 1}{x - 1} = 2 - x + x^2$$

Exercice 3 Résoudre dans \mathbb{R} :

$$1. x^4 - 2x^2 + 1 = 0$$

$$2. 3x^4 + 5x^2 + 2 = 0$$

$$3. x^2 + \frac{1}{x^2} - 6 = 0$$

II. Inéquations.

Exercice 4 Résoudre dans \mathbb{R} :

$$1. 5x(3x + 4)(4x + 10) \leq 0$$

$$2. (5 + x)^2 - (3x - 4)(5 + x) \leq 0$$

$$3. 16 - x^2 - (4 - x)(8 - 3x) \geq 0$$

$$4. 2x^2 - 4x - 6 \geq 0$$

Exercice 5 Résoudre dans \mathbb{R} :

$$1. \frac{2 - x}{6x - 4} < 3$$

$$2. \frac{5 - 4x}{9x + 6} > \frac{4x + 9}{9x + 6}$$

$$3. \frac{2}{x} + \frac{1}{x + 1} > \frac{5x - 2}{x(x + 1)}$$

$$4. \frac{3}{3 - x} + \frac{1}{x + 3} \leq \frac{4x}{9 - x^2}$$

III. Équations avec paramètre.

Exercice 6 Résoudre les équations suivantes en fonction du paramètre $m \in \mathbb{R}$:

$$1. (m^2 + m)x = 2mx + m^3 - 1$$

$$2. (m + 2) + 3m + 1 + \frac{m^2 - 6m}{2}x = \frac{7m}{2}$$

$$3. \frac{m}{x - m} + \frac{2m}{x + m} = \frac{3}{x^2 - m^2}$$

Exercice 7 (*)

Résoudre dans $]-\infty, 1[$ l'équation suivante, m étant un paramètre réel : $(2m^2 - 4m)x = m^2 - 4$

Exercice 8 (*)

1. Discuter, suivant les valeurs du réel m , l'existence des racines réelles de l'équation:

$$x^2 - (m + 3)x + (3m + 1) = 0.$$

2. Déterminer en fonction de $m \in \mathbb{R}$, le nombre de solutions réelles de $x^2 - 2mx - m + 6 = 0$.