Semaine 2 : 29 septembre au 3 octobre 2025

les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...

A. Calculs

ln et exp : calculs algébriques

Note aux colleurs : les propriétés fonctionnelles et les résolutions d'(in)équations ne sont pas à ce programme.

B. Valeur absolue

∗ Définition, règles de calcul; inégalités triangulaires.
→ **Résolution d'équations du type** $|X| = a$ **ou** $|X| = |a|$ **par disjonction de cas**
→ **Résolution d'inéquations du type** $|X| \leqslant a$ **ou** $|X| \leqslant |a|$ **par disjonction de cas**

C. Récurrence sur une ou DEUX génération(s)

DE L'IMPORTANCE DE LA RÉDACTION... → **Récurrence avec puissances, suites récurrentes d'ordre un, d'ordre deux,** $\sum$

D. Signe $\sum$ - signe $\prod$

∗ Linéarité ; Sommes usuelles : $\displaystyle\sum_{k=m}^{n} \lambda$ ($\lambda \in \mathbb{R}$, $m, n \in \mathbb{N}$); **Sommes arithmétique, géométrique et d'Euler.**
∗ Réindiçage du type $k' = k - p$ ou $k' = k + p$ → **sommes télescopiques**
∗ Signe $\prod$: Factorielle ; réindiçage du type $k' = k - p$ ou $k' = k + p$ → **produits télescopiques** ; lien entre somme et produit (passage au logarithme ou à l'exponentielle)

E. Langage `Python`

Variables de type `int` , `float`: Opérations sur les entiers (dont la division euclidienne: quotient et reste) et les flottants; Déclaration, **affectation**.
Fonction `print()`

Déroulement de la colle :

1. une question d'informatique (langage `python`)
2. un petit calcul (style remédiation, voir Fiche 5): manipulation des formules avec ln et/ou exp
3. Une question de cours, parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :
   (a) Énoncer (et démontrer) la formule d'une des sommes suivantes :
   $\forall n \in \mathbb{N}, \displaystyle\sum_{k=0}^{n} k$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^3$; $\forall q \neq 1, \displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k$
   (b) Montrer que : pour tous réels a et b positifs, $a = b \iff a^2 = b^2$
   (c) Montrer que : pour tous réels a et b positifs, $a \leqslant b \iff a^2 \leqslant b^2$
   (d) Montrer que : pour tout réel x, y, $|x + y| \leqslant |x| + |y|$, et étudier le cas d'égalité.
   (e) Énoncer l'inégalité triangulaire et montrer que pour tous réels x, y, z : $|x - z| \leqslant |x - y| + |y - z|$
   (f) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\displaystyle\prod_{p=1}^{n}(2p) = 2^n\, n!$ et $\displaystyle\prod_{p=1}^{n}(2p+1) = \frac{(2n+1)!}{2^n\, n!}$