Semaine 2 : 23 au 27 septembre 2024

A. Signe $\sum$

∗ Linéarité du signe $\sum$

∗ Sommes à connaître : $\displaystyle\sum_{k=m}^{n} \lambda$ ($\lambda \in \mathbb{R}$, $m, n \in \mathbb{N}$); **Sommes arithmétique, géométrique et d'Euler.**

Note aux colleurs : les sommes télescopiques ne sont pas au programme

B. Récurrence sur une génération

DE L'IMPORTANCE DE LA RÉDACTION... → **Récurrence avec puissances, suites récurrentes d'ordre un,** $\sum$

C. Calculs de remédiation

∗ ln et exp : calculs algébriques.

Note aux colleurs : les résolutions d'(in)équations et les propriétés fonctionnelles sont hors-programme

Déroulement de la colle :

La colle commence par une question d'informatique (langage `python`) parmi :

1. Écrire une fonction `double(x)` qui renvoie le double d'un réel `x`
2. Écrire une fonction `peri(R)`, qui renvoie la valeur du périmètre d'un disque de rayon R.
3. Écrire une fonction `aire(R)`, qui renvoie la valeur de l'aire d'un disque de rayon R.

La colle se poursuit par un petit calcul (style remédiation) : voir Fiche 5

Puis, une question de cours parmi les suivantes avant de passer aux exercices :

1. Énoncer la formule (et la démontrer) d'une des sommes suivantes choisies par l'interrogateur :
   $\forall n \in \mathbb{N}$,
   $$\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n\,(n+1)}{2}\ ;\ \sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n\,(n+1)\,(2n+1)}{6}\ ;\ \sum_{k=0}^{n} k^3 = \left(\frac{n\,(n+1)}{2}\right)^2\ ;\ \forall q \neq 1,\ \sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$
2. Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $2^n \geqslant n$
3. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$
   Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = n^2$
4. Calculer une des sommes suivantes : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k(k+1)$ $(n \geqslant 1)$; $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} 2^k\, 5^{n-k}$ $(n \in \mathbb{N})$