Semaine 3 : 6 au 10 octobre 2025

les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...

A. Calculs

ln et exp : calculs algébriques
Note aux colleurs : les propriétés fonctionnelles et les résolutions d'(in)équations ne sont pas à ce programme.

B. Valeur absolue – Signe $\sum$ - signe $\prod$: voir S2

C. Récurrence sur une ou DEUX génération(s) – Récurrence FORTE

DE L'IMPORTANCE DE LA RÉDACTION...
Programme officiel : dans le cadre d'une récurrence forte, la formulation de l'hypothèse forte doit être proposée

D. Suites usuelles

Suites arithmétiques: définition, expression de u_n en fonction de n, somme des $n+1$ premiers termes; limite, monotonie.
Suites géométriques: définition, expression de u_n en fonction de n, somme des $n+1$ premiers termes; limite de q^n quand n tend vers $+\infty$.
Suites arithmético-géométriques: définition, expression de u_n en fonction de n.
Suites récurrentes linéaires d'ordre deux: définition, équation caractéristique de discriminant Δ; expression de u_n en fonction de n (selon le signe de Δ). *ATTENTION ! Le cas $\Delta < 0$ n'est pas au programme de colles*

$\rightarrow$ **Capacité exigible (programme officiel): obtenir une expression pour le terme d'ordre n d'une suite arithmétique, géométrique, arithmético-géométrique et récurrente linéaire d'ordre deux.**

$\rightarrow$ **Méthode d'une suite auxiliaire usuelle dans les exercices.**

E. Langage `Python`

Variables booléennes ; instruction `if` ; Fonctions.

Déroulement de la colle :

1. une question d'informatique (langage `python`) parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :
   (a) Écrire une fonction d'arguments trois réels x,y,z et qui renvoie la moyenne arithmétique : $\dfrac{x+y+z}{3}$
   (b) Écrire une fonction `valabs` qui prend en argument un réel x et renvoie sa valeur absolue (on n'utilisera pas la fonction `abs` !!)
   (c) Écrire une fonction qui prend en argument un réel x et qui renvoie 1 si x eststrictement positif, -1 si x est strictement négatif et 0 si x est nul.
2. un petit calcul (style remédiation, voir Fiche 5): manipulation des formules avec ln et/ou exp
3. Une question de cours, parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :
   (a) Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + n\,r$
   (b) Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = q^n\,u_0$
   (c) Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmético-géométrique donnée par l'interrogateur. Expression de u_n en fonction de n.
   (d) Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite récurrente linéaire d'ordre deux donnée par l'interrogateur. Expression de u_n en fonction de n ($\Delta > 0$ ou $\Delta = 0$)
   (e) Montrer que : pour tous réels a et b positifs, $a = b \iff a^2 = b^2$
   (f) Montrer que : pour tous réels a et b positifs, $a \leqslant b \iff a^2 \leqslant b^2$
   (g) Montrer que : pour tout réel x, y, $|x+y| \leqslant |x| + |y|$, et étudier le cas d'égalité.
   (h) Énoncer l'inégalité triangulaire et montrer que pour tous réels x, y, z : $|x-z| \leqslant |x-y| + |y-z|$
   (i) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\displaystyle\prod_{p=1}^{n}(2p) = 2^n\,n!$ et $\displaystyle\prod_{p=1}^{n}(2p+1) = \frac{(2n+1)!}{2^n\,n!}$