**Semaine 3 : 30 septembre au 4 octobre 2024**

## A. Signe $\sum$

$*$ Linéarité du signe $\sum$ ; sommes usuelles :
$\sum_{k=m}^{n} \lambda$ ($\lambda \in \mathbb{R}$, $m, n \in \mathbb{N}$); **Sommes arithmétique, géométrique et d'Euler, formule de Bernoulli.**
$*$ Réindiçage du type $k' = k - p$ ou $k' = k + p$. $\rightarrow$ **sommes télescopiques**

## B. Récurrence simple, double, forte

## C. Calculs de remédiation

$*$ ln et exp : calculs algébriques.
*Note aux colleurs : les résolutions d'(in)équations et les propriétés fonctionnelles sont hors-programme*

## D. Valeur Absolue

$*$ Définition, règles de calcul; inégalités triangulaires.
$\rightarrow$ **Résolution d'équations du type $|X| = a$ ou $|X| = |a|$ par disjonction de cas**

## E. Langage `python`

Booléens, instruction `if` ; Bibliothèque `math` : `import maths as m` ; utilisation d'une fonction : `m.fonction()`

## Déroulement de la colle :

**La colle commence par une question d'informatique (langage `python`) parmi :**

1. Écrire une fonction `peri(R)`, qui renvoie la valeur du périmètre d'un disque de rayon $R$.
   Écrire une fonction `aire(R)`, qui renvoie la valeur de l'aire d'un disque de rayon $R$.
2. Écrire une fonction `valabs(x)` d'argument un réel `x` qui renvoie la valeur de $|x|$ *sans utiliser la fonction* `abs()`
3. Écrire une fonction `test(n)` d'argument un entier `n` qui renvoie `True` si $n$ est pair, `False` sinon.
4. La fonction rampe est définie comme suit :
   $$R(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geqslant 0 \end{cases}$$
   Écrire une fonction `Rampe(x)` qui renvoie la valeur de la fonction rampe en `x`

**La colle se poursuit par un petit calcul (style remédiation) : voir Fiche 5**

**Puis, une question de cours parmi les suivantes avant de passer aux exercices :**

1. Énoncer la formule (et la démontrer) d'une des sommes suivantes choisies par l'interrogateur :
   $\forall n \in \mathbb{N}$,
   $$\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n\,(n+1)}{2} \ ; \sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n\,(n+1)\,(2n+1)}{6} \ ; \sum_{k=0}^{n} k^3 = \left(\frac{n\,(n+1)}{2}\right)^2 \ ; \forall q \neq 1, \sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$
2. Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $2^n \geqslant n$
3. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$
   Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = n^2$
4. Soit la suite $u$ définie par: $u_0 = 2$ et $u_1 = 3$, et $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = 3\,u_n - 2\,u_{n-1}$
   Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 1 + 2^n$
5. Calculer une des sommes suivantes : $\displaystyle\sum_{k=3}^{n+2}(k-2)^3$ ; $\displaystyle\sum_{k=1}^{100} \ln\left(\frac{k}{k+1}\right)$.
6. Énoncer la formule de Bernoulli et l'appliquer pour le calcul de $a^3 + b^3$ et $a^4 - b^4$, pour deux réels $a$ et $b$.
7. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $\sqrt{x^2} = |x|$
8. Résoudre une des équations suivantes :
   $|x+7| = 5 - x$ ; $|x-2| = |3x+2|$ ; $|x^2 - 4x + 3| = x - 3$