#### Semaine 5: 3 au 7 novembre 2025

les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...

# A. Calculs avec ln / exp , sommes doubles : voir S4

ln et exp : calculs algébriques ; résolution d'équations / inéquations

Note aux colleurs : les propriétés fonctionnelles et les résolutions d'(in)équations ne sont pas à ce programme.

## B. Coefficients binomiaux

- \* **Définition et propriétés:**  $\binom{n}{0} = 1 = \binom{n}{n}; \ \forall n \geqslant 2, \ \binom{n}{2} = \frac{n \, (n-1)}{2}; \ \forall n \in \mathbb{N}, \ \forall 0 \leqslant p \leqslant n, \ \binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$  (formule de symétrie); Pour tout entier  $p, n \in \mathbb{N}$  tels que  $1 \leqslant p \leqslant n, \ \binom{n}{p} = \frac{n}{p} \binom{n-1}{p-1}$ . (formule du chef)
- \* Formule de Pascal; illustration du triangle de Pascal
- \* Binôme de Newton.
  - $\rightarrow$  utilisation du triangle de Pascal pour des petites puissances.

$$\rightarrow \forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^{n}.$$

- \* Raisonnements par récurrence
  - $\rightarrow$  les coefficients binomiaux sont des entiers naturels.

## C. Lecture du cercle trigonométrique (sinus - cosinus)

Placement d'angles à partir des angles usuels sur le cercle trigonométrique.

Valeurs des cosinus et sinus des angles usuels.

Formules à partir du cercle :  $2\pi$ -périodiques, parité/imparité;  $\cos(\pi - \theta) = \sin(\pi - \theta)$ ,  $\cos(\pi + \theta)$ ,  $\sin(\pi + \theta)$ ,  $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta)$ ,  $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta)$  en fonction de  $\cos\theta$  et  $\sin\theta$ .

### D. Langage Python

range(a,b,c); boucle for: calcul de sommes simples / produits.

#### Déroulement de la colle :

- 1. une question d'informatique (langage python) parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :
  - (a) Écrire une fonction maxi(x,y) d'arguments deux réels x et y et qui renvoie le plus grand des deux.
  - (b) Écrire une fonction puissance\_reelle(x,y) (sans utiliser l'opérateur \*\*) qui, étant donnés deux réels x et y: calcule et renvoie  $e^{y \ln x}$  si x > 0, renvoie un message d'erreur sinon.
  - (c) Écrire une fonction somme(n) qui, pour tout entier naturel n, renvoie la valeur d'une somme choisie par l'interrogateur:

$$\sum_{k=1}^{n} k, \sum_{k=1}^{n} k^{\sqrt{k}}, \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k^2}$$

- 2. Une question de cours, parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :
  - (a) Formule de Pascal : énoncé précis ; illustration du triangle de Pascal à justifier grâce aux propriétés des coefficients binomiaux.
  - (b) Énoncer et montrer les formules de symétrie et du chef.
  - (c) Calcul de  $(1+\sqrt{5})^4$
  - (d) Formule du binôme de Newton: énoncé précis; application au calcul de :  $\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} x^{k-1}$   $(x \neq 0)$
  - (e) Calculer:  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}$
  - (f) Montrer par récurrence que les coefficients binomiaux sont des nombres entiers.
- 3. Trigonométrie : placement d'angle sur le cercle (du style exercices 1, 4, 5, 6, Fiche 11)
- 4. etc ...