**Semaine 6 : 4 au 8 novembre 2024**

## A. Sommes doubles

sommes indexées sur un carré, un rectangle, **sur un triangle**.
**Programme officiel:** *les attendus du programme se limitent au maniement de ces symboles conduisant à les mettre sous la forme de deux sommes simples successives.*

## B. Suites usuelles : révisions

## C. Calculs de remédiation

Calcul de dérivées : on n'attend pas de justifier l'ensemble de dérivation; la recherche du signe ne fait pas partie du programme de colles.
*Note aux colleurs : les composées ne sont pas à ce programme de colles*

## D. Coefficients binomiaux

$*$ **Définition et propriétés:** $\binom{n}{0} = 1 = \binom{n}{n}$; $\forall n \geqslant 2$, $\binom{n}{2} = \dfrac{n\,(n-1)}{2}$; $\forall n \in \mathbb{N}$, $\forall\, 0 \leqslant p \leqslant n$, $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$ *(formule de symétrie)*; Pour tout entier $p, n \in \mathbb{N}$ tels que $1 \leqslant p \leqslant n$, $\binom{n}{p} = \dfrac{n}{p}\binom{n-1}{p-1}$. *(formule du chef)*
$*$ **Formule de Pascal**; illustration du triangle de Pascal
$*$ **Binôme de Newton**.
→ utilisation du triangle de Pascal pour des petites puissances.
→ $\forall n \in \mathbb{N}, \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$.

## E. Langage `python`

Boucle `for` ; `range(n)` ; `range(a,b)` ; `range(a,b,c)`

## Déroulement de la colle :

**La colle commence par une question d'informatique (langage `python`) parmi :**

1. Écrire une fonction qui renvoie la valeur du maximum (resp. minimum) de deux entiers.
2. Écrire une fonction d'arguments trois réels $a, b, c$ ($a \neq 0$), qui renvoie le nombre de solutions réelles de l'équation du second degré: $ax^2 + bx + c = 0$.
3. • Écrire un script qui affiche les 20 premières puissances de 2, c'est-à-dire de $2^0$ à $2^{19}$ inclus.
   • Écrire un script qui affiche les 50 premiers entiers naturels dans l'ordre décroissant.

**La colle se poursuit par un petit calcul de dérivée (style remédiation) : (voir Fiche 11)**

**Puis, une question de cours parmi les suivantes avant de passer aux exercices :**

1. Démontrer les formules de la dérivée de Tangente.
2. Fonctions puissances réelles ($x \mapsto x^\alpha$) : définition et montrer que $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha\, x^\beta$ et $(xy)^\alpha = x^\alpha\, y^\alpha$
3. Formule de Pascal : énoncé précis ; illustration du triangle de Pascal à justifier grâce aux propriétés des coefficients binomiaux.
4. Coefficients binomiaux : énoncés et preuves des formules de symétrie et du chef.
5. Calcul d'une somme choisie par l'interrogateur parmi : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} 2^{k+2}\binom{n}{k} \times 3^{2n-k+1}$ $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k-1}$ $\displaystyle\sum_{0 \leqslant i \leqslant j \leqslant n}\binom{j}{i}\binom{n}{j}$
6. Formule du binôme de Newton: énoncé précis; application au calcul de $(1+\sqrt{5})^4$
7. Formule du binôme de Newton: énoncé précis; application au calcul de : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}x^{k-1}$ ($x \neq 0$)
8. Calculer : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \displaystyle\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k}$