Semaine 7 : 12 au 15 novembre 2024

A. Révisions : coefficients binomiaux

B. Lecture du cercle trigonométrique (sinus - cosinus)

Note aux colleurs : la tangente n'est pas à ce programme de colles.

$*$ **Sinus, cosinus**: 2π-périodiques, parité/imparité; $\cos(\pi-\theta)=$, $\sin(\pi-\theta)$, $\cos(\pi+\theta)$, $\sin(\pi+\theta)$, $\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)$, $\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)$ en fonction de $\cos\theta$ et $\sin\theta$.

$*$ **Formules trigonométriques à connaître:**

$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$; $\cos(a+b)=\cos a\,\cos b-\sin a\,\sin b$; $\cos(a-b)=\cos a\,\cos b+\sin a\,\sin b$; $\sin(a+b)=\sin a\,\cos b+\cos a\,\sin b$; $\sin(a-b)=\sin a\,\cos b-\cos a\,\sin b$; $\sin(2a)=2\sin a\cos a$ et $\cos(2a)=\cos^2 a-\sin^2 a=2\cos^2 a-1=1-2\sin^2 a$.

$*$ **Équations trigonométriques:** résolution des équations $\cos x=\cos a$, $\sin x=\sin a$.

$*$ **Notations** arccos**,** arcsin **:**

A noter (programme officiel): on introduit les notations arccos, arcsin *en donnant les définitions correspondantes en termes de solutions d'équations dans certains intervalles et en admettant l'existence et l'unicité de ces solutions.*

Les résultats ont donc été ADMIS.

$*$ Valeurs particulières à connaître: $\arccos x$ et $\arcsin x$ pour $x\in\{0,\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},1\}$.

C. Calculs de remédiation

Calcul de dérivées : on n'attend pas de justifier l'ensemble de dérivation (sauf dans le cas de valeur absolue, autre que $\ln|u|$); la recherche du signe ne fait pas partie du programme de colles. **on rajoute les composées cette semaine**

E. Langage `python`

Boucle `for` ; `range(n)` ; `range(a,b)` ; `range(a,b,c)` ; **calcul de sommes**

Déroulement de la colle :

La colle commence par une question d'informatique (langage `python`) parmi :

1. Écrire une fonction qui renvoie la valeur de : $\sum_{k=1}^{n} k^{\sqrt{k}}$
2. Écrire une fonction qui renvoie la valeur de : $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^2}$
3. Écrire une fonction qui renvoie la valeur de : $\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k+n}$.

La colle se poursuit par un petit calcul de dérivée (style remédiation) : (voir Fiche 11)

Puis, une question de cours parmi les suivantes avant de passer aux exercices :

1. Démontrer les formules de la dérivée de Tangente.
2. Fonctions puissances réelles ($x\mapsto x^\alpha$) : définition et montrer que $x^{\alpha+\beta}=x^\alpha\,x^\beta$ et $(xy)^\alpha=x^\alpha\,y^\alpha$
3. Formule de Pascal : énoncé précis ; illustration du triangle de Pascal à justifier grâce aux propriétés des coefficients binomiaux.
4. Coefficients binomiaux : énoncés et preuves des formules de symétrie et du chef.
5. Formule du binôme de Newton: énoncé précis; application au calcul de : $\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}x^{k-1}$ $(x\neq 0)$
6. Calculer : $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $\sum_{k=0}^{n} k\left(\begin{array}{c} n\\ k\end{array}\right)$
7. En utilisant le cercle trigonométrique, démontrer deux formules de symétrie, choisies par l'interrogateur.
8. En utilisant le cercle trigonométrique, donner et justifier la définition de $\arcsin(x)$, $\forall x\in[-1,1]$ et la valeur de $\arcsin(\frac{1}{2})$.
9. En utilisant le cercle trigonométrique, donner et justifier la définition de $\arccos(x)$, $\forall x\in[-1,1]$ et la valeur de $\arccos(\frac{\sqrt{3}}{2})$.
10. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\cos(x)=0$
11. Résoudre dans $[0,2\pi[$: $\cos(x)>\frac{\sqrt{3}}{2}$
12. Si θ est un réel fixé, donner (en utilisant le cercle trigonométrique) les solutions de l'équation $\cos(x)=\cos(\theta)$, d'inconnue réelle x.
13. Si θ est un réel fixé, donner (en utilisant le cercle trigonométrique) les solutions de l'équation $\sin(x)=\sin(\theta)$, d'inconnue réelle x.