

Devoir Maison 3

À rendre lundi 27 novembre 2023

Exercice 1.

Résoudre dans \mathbb{R} :

1. $\ln\left(\frac{x-2}{x^2-1}\right) \geq 0$

2. $(\ln(\sqrt{x}))^2 - \ln(2x) + \ln(4) > 0$

Exercice 2.

1. Résoudre dans $[0, 2\pi[$: $\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{3}$

2. Résoudre dans $[-\pi, \pi[$: $\sin\left(\frac{x}{2} + \pi\right) > \frac{1}{4}$

Exercice 3.

Déterminer la forme algébrique des complexes :

1. $z_1 = i(1-3i)^4$

2. $z_2 = \frac{1-2i}{2+\sqrt{3}i}$

3. $z_3 = \frac{\overline{(3+5i)^2}}{1+2i}$

Exercice 4. (facultatif)

1. Déterminer la forme algébrique du complexe : $(1+i)(1+2i)(1+3i)$.
2. (a) Mettre sous forme exponentielle $1+i$.
(b) Montrer que $\arctan(2)$ est un argument de $1+2i$. Mettre $1+2i$ sous forme exponentielle.
(c) De la même façon, mettre $1+3i$ sous forme exponentielle.
(d) En déduire la forme exponentielle du complexe $(1+i)(1+2i)(1+3i)$.
3. (a) Montrer que : $\arctan(1) + \arctan(2) + \arctan(3) \in \left[0, \frac{3\pi}{2}\right[$
(b) Déduire des questions précédentes que : $\arctan(1) + \arctan(2) + \arctan(3) = \pi$.