Semaine 8 : 20 au 24 novembre 2023

A. Révisions : lecture du cercle trigonométrique

B. Calcul de dérivées

À rajouter cette semaine : valeurs absolues.

C. Nombres complexes – forme algébrique

$*$ **Forme algébrique:** parties réelle et imaginaire; règles de calcul; représentation graphique.
  → **binôme de Newton dans $\mathbb{C}$**
$*$ **Conjugué:** définition, représentation géométrique, règles de calcul; $Re(z) = \dfrac{z+\overline{z}}{2}$ et $Im(z) = \dfrac{z-\overline{z}}{2i}$.

$$z \in i\mathbb{R} \iff z = -\overline{z} \text{ et } z \in \mathbb{R} \iff z = \overline{z}\,.$$

$*$ **Module:** définition, représentation géométrique, règles de calcul; inégalités triangulaires.
$*$ Résolution de $z^2 = a$, si $a \in]-\infty, 0[$ ou $a \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$.
$*$ Racines complexes d'un trinôme du second degré dans le cas $\Delta < 0$.

D. Langage Python

Révision sommes. Calcul du terme de rang n d'une suite récurrente d'ordre un.
Boucle `while` : algorithmes de seuil.

Déroulement de la colle :

La colle commence par une question d'informatique (langage `python`) parmi :

1. Écrire une fonction `suite(n)` qui renvoie la valeur de u_n, pour tout n : $u_0 = e-1$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = n\,u_{n-1}-1$
2. Écrire une fonction `suite(n)` qui renvoie la valeur de u_n, pour tout n :
   $u_0 = 1$, $u_1 = 2$ et $\forall n \geqslant 2$, $u_n = 3\,u_{n-1} - u_{n-2}$
3. Écrire une fonction `suite(n)` qui renvoie la valeur de u_n, pour tout n :
   $u_0 = 4$, $u_1 = 10$ et $\forall n \geqslant 2$, $u_n = \dfrac{1}{n}\,u_{n-1} - \dfrac{n}{2}u_{n-2}$
4. Écrire une fonction `premier(M)` qui renvoie le plus petit entier n tel que $n! \geqslant M$.
5. Écrire une fonction `premier(M)` qui renvoie le plus petit entier n tel que $u_n \geqslant M$), où (u_n) est définie par :
   $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = u_n + \dfrac{1}{u_n}$

Puis, un calcul de dérivée: voir Fiche 12

Note aux colleurs: le calcul est formel, donc pas d'ensemble de dérivation ni de recherche de signe.

Puis une question de cours parmi les suivantes avant de passer aux exercices :

1. En utilisant le cercle trigonométrique, donner et justifier la définition de $\arcsin(x)$, $\forall x \in [-1, 1]$ et la valeur de $\arcsin(\dfrac{1}{2})$.
2. En utilisant le cercle trigonométrique, donner et justifier la définition de $\arccos(x)$, $\forall x \in [-1, 1]$ et la valeur de $\arccos(\dfrac{\sqrt{3}}{2})$.
3. En utilisant le cercle trigonométrique, donner et justifier la définition de $\arctan(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ et la valeur de $\arctan(\sqrt{3})$.
4. Résoudre dans $[0, 2\pi[$: $\cos(x) > \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
5. Si θ est un réel fixé, donner (en utilisant le cercle trigonométrique) les solutions de l'équation $\cos(x) = \cos(\theta)$, d'inconnue réelle x.
6. Si θ est un réel fixé, donner (en utilisant le cercle trigonométrique) les solutions de l'équation $\sin(x) = \sin(\theta)$, d'inconnue réelle x.
7. Forme algébrique d'un complexe choisi par l'interrogateur : $\dfrac{1}{2\sqrt{2}-i}$, $\overline{\left(\dfrac{i+3}{1-4i}\right)}$, $(\sqrt{2}-i)^4$
8. Module de : $(1+j)^5$
   Note aux colleurs : le complexe j n'a pas à être donné.
9. Module de : $z = \dfrac{1+\sqrt{2}+i}{1+\sqrt{2}-i}$
10. Résoudre dans $\mathbb{C}$: $(1+i)\,z^2 = (2-i)\,z$
11. Résoudre dans $\mathbb{C}$: $\overline{z}^2 - \overline{z} + 1 = 0$.
12. Montrer que : $\forall z \in \mathbb{C}$, $|Re(z)| \leqslant |z|$.
13. (difficile) Résoudre $z^2 = 3 + 4\,i$.