#### Semaine 8: 24 au 28 novembre 2025

les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...

### A. Calcul de limites

À rajouter cette semaine :

- \* Limites en l'infini : croissances comparées.
- \* Limites en 0 : factorisation par le dominant, croissances comparées.
- \* Limites en  $a \in \mathbb{R}$ : on se ramène en 0 en posant h = x a, s'il y a indétermination

## B. Étude complète de fonctions

À rajouter cette semaine :

- \* Fonctions périodiques
- \* Fonctions monotones / strictement monotones / constantes sur un intervalle.
- $\rightarrow$  retour sur les résolutions d'inéquations en invoquant la stricte monotonie de la fonction sur un intervalle contenant les antécédants.
  - \* Fonctions usuelles: cosinus, sinus et tangente, puissances réelles, exponentielle de base a, logarithme de base 10.
  - \* Étude complète de fonctions:

ensemble de définition, périodicité/parité éventuelle, variations, limites, tableau de variations, éléments remarquables et allure graphique de la courbe représentative.

# C. Langage Python

range(a,b,c); boucle for: calcul de sommes simples, doubles et produits

#### Déroulement de la colle :

- 1. une question d'informatique (langage python) parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :
  - (a) Écrire une fonction somme (n) qui, pour tout entier naturel n, renvoie la valeur d'une somme choisie par l'interrogateur:  $\sum_{1\leqslant i,j\leqslant n}\ln(i+j), \sum_{1\leqslant i\leqslant j\leqslant n}i^{\sqrt{j}}$
  - (b) Écrire une fonction factorielle(n) qui, pour tout entier naturel n, renvoie la valeur de n! (sans utiliser la fonction factorial)
- 2. Une question de cours, parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :
  - (a) Une étude complète de fonction usuelle choisie par l'interrogateur, parmi : valeur absolue, carrée, cube, racine, inverse, exponentielle, logarithme népérien, sinus, cosinus, tangente, puissances réelles, exponentielle de base a.
  - (b) Rappeler la définition de  $x^{\alpha}$  et montrer que :  $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \forall x, y > 0$ ,

$$x^{\alpha+\beta} = x^{\alpha} x^{\beta}$$
  $\frac{x^{\alpha}}{y^{\alpha}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\alpha}$ 

(c) Rappeler la définition de  $x^{\alpha}$  et montrer que :  $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \forall x, y > 0$ ,

$$x^{\alpha\beta} = (x^{\alpha})^{\beta}$$
  $x^{\alpha}y^{\alpha} = (xy)^{\alpha}$ 

(d) Rappeler la définition de  $a^x$  et montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, \forall a > 0$ ,

$$a^{x+y} = a^x a^y \qquad a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

(e) Rappeler la définition de  $a^x$  et montrer que :  $\forall a > 0, b > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ,

$$(ab)^x = a^x b^x$$

- (f) Montrer que la composée de deux fonctions décroissantes est croissante.
- 3. À partir d'un tableau de variations (donné par l'interrogateur), l'élève trace l'allure graphique correspondante, en spécifiant bien les éléments remarquables : pas plus de 5 minutes
- 4. etc ...