

Semaine 9 : 27 novembre au 1 décembre 2023

A. Nombres complexes – forme trigonométrique

- * Forme algébrique : révisions. À rajouter cette semaine :
- * **Argument d'un complexe non nul**: représentation géométrique; propriétés (somme, quotient).
- * **Formes trigonométrique / exponentielle**; règles de calcul, formules d'Euler et formule de Moivre.
- * Technique de l'angle moyen: $e^{i\alpha} + e^{i\beta} = 2 \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) e^{i\frac{\alpha + \beta}{2}}$; $e^{i\alpha} - e^{i\beta} = 2i \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) e^{i\frac{\alpha + \beta}{2}}$.
→ **sommes trigonométriques, techniques de linéarisation / antilinéarisation.**
- * Passage de la forme algébrique à la forme trigonométrique/exponentielle
→ **suites récurrentes linéaires d'ordre deux de $\Delta < 0$**
- * Résolution d' (in)équations trigonométriques de la forme : $a \cos x + b \sin x = c$.

B. Calcul de limite du type " $\frac{\lambda}{0}$ ", avec $\lambda \neq 0$ **C. Langage Python**

Révision sommes. Calcul du terme de rang n d'une suite récurrente d'ordre un et deux.
Boucle `while` : algorithmes de seuil.

Déroutement de la colle :

La colle commence par une question d'informatique (langage python) parmi :

1. $u_0 = 4$, et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n^2}$.
Écrire une fonction `monotonie(n)` qui renvoie :
 - `False` si il existe $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$ tel que $u_{k+1} - u_k$ change de signe,
 - `True` sinon.
2. Écrire une fonction `suite(n)` qui renvoie la valeur de u_n , pour tout n :
 $u_0 = 1$, $u_1 = 2$ et $\forall n \geq 2$, $u_n = 3u_{n-1} - u_{n-2}$
3. Écrire une fonction `suite(n)` qui renvoie la valeur de u_n , pour tout n :
 $u_0 = 4$, $u_1 = 10$ et $\forall n \geq 2$, $u_n = \frac{1}{n} u_{n-1} - \frac{n}{2} u_{n-2}$
4. Écrire une fonction `premier(M)` qui renvoie le plus petit entier n tel que $n! \geq M$.
5. Écrire une fonction `premier(M)` qui renvoie le plus petit entier n tel que $u_n \geq M$, où (u_n) est définie par :
 $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}$

Puis, un calcul de limite du type " $\frac{\lambda}{0}$ ", avec $\lambda \neq 0$

Puis, un calcul de forme trigonométrique d'un complexe de la forme $\frac{z_1^p}{z_2^q}$, où $p, q \in \mathbb{N}$

Puis une question de cours parmi les suivantes avant de passer aux exercices :

1. Forme algébrique d'un complexe choisi par l'interrogateur : $\frac{1}{2\sqrt{2}-i}$, $\left(\frac{i+3}{1-4i}\right)$, $(\sqrt{2}-i)^4$
2. Calculer : $(1-i)^{20}$
3. Résoudre : $\sqrt{3} \cos x - \sin x = \sqrt{3}$.
4. Linéariser $\cos^4(x)$.
5. Résoudre : $z^2 = \sqrt{3} - i$.
6. (difficile) $\forall \theta \in \mathbb{R}$, montrer que : $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta} = \frac{1}{e^{i\theta}}$
7. (difficile) Résoudre $z^2 = 3 + 4i$.
8. (difficile) Écrire sous forme exponentielle le complexe :
 $z_1 = e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{6}}$
9. (difficile) $z = \frac{1 - e^{i\theta}}{1 + e^{i\theta}}$.
Pour quels réels θ z est-il bien défini ?
Déterminer ses parties réelle et imaginaire.