Semaine 10 : 8 au 12 décembre 2025

les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...

A. Nombres complexes : forme algébrique

$*$ **Forme algébrique:** parties réelle et imaginaire; règles de calcul; représentation graphique.
→ **binôme de Newton dans $\mathbb{C}$**

$*$ **Conjugué:** définition, représentation géométrique, règles de calcul; $Re(z) = \dfrac{z+\overline{z}}{2}$ et $Im(z) = \dfrac{z-\overline{z}}{2i}$.

$$z \in i\mathbb{R} \iff z = -\overline{z} \text{ et } z \in \mathbb{R} \iff z = \overline{z}\,.$$

$*$ **Module:** définition, représentation géométrique, règles de calcul; inégalités triangulaires.

$*$ Résolution de $z^2 = a$, si $a \in]-\infty, 0[$

$*$ Racines complexes d'un trinôme du second degré dans le cas $\Delta < 0$.

B. Nombres complexes : forme trigonométrique / exponentielle

$*$ **Argument d'un complexe non nul:** représentation géométrique; propriétés (somme, quotient).

$*$ **Formes trigonométrique / exponentielle;** règles de calcul, formule de Moivre.

→ **les formules d'Euler, les sommes trigonométriques et les techniques de linéarisation / antilinéarisation ne sont pas au programme de colles.**

$*$ Passage de la forme algébrique à la forme trigonométrique/exponentielle.
→ **suites récurrentes linéaires d'ordre deux de $\Delta < 0$**

$*$ Résolution d' (in)équations trigonométriques de la forme : $a\cos x + b\sin x = c$.

C. Langage `Python`

boucle `for` : suites récurrentes d'ordre un.

Déroulement de la colle :

1. une question d'informatique (langage `python`) parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :

   (a) Écrire une fonction `somme(n,x)` qui, pour tout entier naturel n, pour tout réel x, renvoie la valeur de la somme: $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$ *(on pourra essayer de coder cette somme sans utiliser la commande `**` ni la fonction `factorial`)*

   (b) On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par :
   $$u_0 = e - 1 \qquad \forall n \geqslant 1\,,\; u_n = n\,u_{n-1} - 1\,.$$
   Écrire une fonction `suite(n)` qui calcule et affiche le $n$ième terme de la suite.

   (c) On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par :
   $$u_1 = 1 \qquad \forall n \geqslant 2\,,\; u_n = \sqrt{n + u_{n-1}}$$
   Écrire une fonction `suite(n)` qui calcule et affiche le $n$ième terme de la suite.

2. L'interrogateur donne un complexe sous forme algébrique, et l'élève calcule sa forme trigonométrique ; et vice versa .

3. Une question de cours choisie par l'interrogateur parmi :

   (a) complexe j : forme algébrique, carré, conjugué, cube, module, argument, forme trigonométrique.

   (b) Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 + z + 1 = 0$

   (c) Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 + 1 = 0$

   (d) Montrer que : $\forall z \in \mathbb{C}$,
   $$Re(z) = \frac{z+\overline{z}}{2} \qquad Im(z) = \frac{z-\overline{z}}{2i}$$

   (e) Montrer que : $\forall z \in \mathbb{C}$, $|Re(z)| \leqslant |z|$

   (f) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\sqrt{3}\,\cos(x) - \sin(x) = \sqrt{3}$

   (g) Montrer que : $\forall \theta \in \mathbb{R}$, $\overline{e^{i\theta}} = e^{i\,(-\theta)}$