**Semaine 11 : 15 au 19 décembre 2025**

*les programmes de colles précédents sont aussi à réviser ...*

## A. Introduction aux systèmes linéaires

Systèmes linéaires 2x2; méthode par élimination .

*Note aux colleurs : le pivot de Gauss n'est pas au programme de colles*

## B. Nombres complexes : forme algébrique

À rajouter cette semaine : Résolution de $z^2 = a$, où $a \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$.

## C. Nombres complexes : forme trigonométrique / exponentielle

À rajouter cette semaine :

∗ Formules d'Euler.

→ linéarisation / antilinéarisation

∗ Technique de l'angle moyen: $e^{i\alpha} + e^{i\beta} = 2\cos(\frac{\alpha-\beta}{2})e^{i\frac{\alpha+\beta}{2}}$; $e^{i\alpha} - e^{i\beta} = 2i\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})e^{i\frac{\alpha+\beta}{2}}$.

→ sommes trigonométriques

## D. Langage `Python`

boucle `for` : suites récurrentes d'ordre deux.

boucle `while` : algorithmes de seuil.

## Déroulement de la colle :

1. une question d'informatique (langage `python`) parmi les suivantes, choisie par l'interrogateur :

   (a) On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par :

   $$u_0 = 4 \qquad \forall n \in \mathbb{N}\,,\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n^2}\,.$$

   Écrire une fonction `suite(n)` qui renvoie le $n$ième terme de la suite.

   Écrire une fonction `monotonie(n)` qui teste la monotonie de la suite $(u_n)$ jusqu'à un certain rang $n$.

   *(on pourra essayer de ne pas utiliser la fonction `suite(n)` ...)*

   (b) On considère la suite $(u_n)$ définie par: $u_0 = 4$, $u_1 = 10$, et $\forall n \geqslant 2$, $u_n = \frac{1}{n}\,u_{n-1} - \frac{n}{2}\,u_{n-2}$.

   Écrire une fonction `suite(n)` qui renvoie la valeur de $u_n$ pour tout entier $n \geqslant 2$.

   Préciser (en justifiant) ce que renvoie l'ordinateur pour `suite(0)` et `suite(1)`

   (c) Écrire une fonction `premier(M)` d'argument un réel $M$, et qui renvoie le premier entier $n \in \mathbb{N}$ tel que $n! \geqslant M$.

   *(on pourra essayer de ne pas utiliser la fonction factorial()...)*

   (d) On considère la suite $(u_n)$ définie par: $u_0 = 1$ et $\forall n \geqslant 1\,,\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}\,.$

   Écrire une fonction `suite(n)` qui renvoie le $n$ième terme de la suite.

   Écrire une fonction `seuil(M)` qui , pour tout réel $M$, renvoie le premier $n$ tel que $u_n \geqslant M$.

   *(on pourra essayer de ne pas utiliser la fonction suite(n)...)*

2. Résolution d'un système linéaire 2x2 par élimination. (voir Fiche 19)

3. Une question de cours choisie par l'interrogateur parmi :

   (a) Montrer que : $\forall z \in \mathbb{C}$, $|Re(z)| \leqslant |z|$

   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\sqrt{3}\cos(x) - \sin(x) = \sqrt{3}$

   (c) Montrer que : $\forall \theta \in \mathbb{R}$, $\overline{e^{i\theta}} = e^{i\,(-\theta)}$

   (d) Déterminer pour quelles valeurs du réel $\theta$, le complexe $z = \dfrac{1-e^{i\theta}}{1+e^{i\theta}}$ est bien défini et non nul.

   (e) Déterminer la forme algébrique du complexe : $z = \dfrac{1-e^{i\theta}}{1+e^{i\theta}}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ tel que $\theta \neq \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

   (f) Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \cos(k)$ et $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \sin(k)$, $n \in \mathbb{N}$.